

Løsningsforslag
Eksamen 1MY - VG1341 - 4. mai 2007

eksamensoppgaver.org

September 15, 2008

Om løsningsforslaget

Løsningsforslaget for matematikk eksamen i 1MY er gratis, og det er lastet ned på eksamensoppgaver.org. Løsningen er myntet på elever og privatister som vil forbrede seg til eksamen i matematikk. Lærere må gjerne bruke løsningsforslaget i undervisningsøyemed, men virksomheter har ingen rett til å anvende dokumentet.

Løsningsforslagene skal utelukkende distribueres fra nettstedet eksamensoppgaver.org, da det er viktig å kunne føye til og rette eventuelle feil i ettertid. På den måten vil alle som ønsker det, til enhver tid finne det siste oppdaterte verket. eksamensoppgaver.org ønsker videre at flest mulig skal få vite om eksamensløsningene, slik at det finnes et eget nettsted hvor man kan tilegne seg dette gratis.

Dersom du sitter på ressurser du har mulighet til å dele med deg, eller ønsker å bidra på annen måte, håper eksamensoppgaver.org på å høre fra deg.

Innholdsfortegnelse

oppgave 1	5
a)	5
b)	5
c)	5
oppgave 2	6
a.I)	6
a.II)	6
b.I)	6
b.II)	6
c.I)	7
c.II)	7
d.I)	7
d.II)	8
e.I)	9
e.II)	9
oppgave 3	10
a)	10
b)	10
c)	10
oppgave 4	11
a)	11
b)	11
c)	11
oppgave 5	12
a)	12
b)	12
c)	12
d)	12
oppgave 6	13
a)	13
b)	13
c)	13
d)	14
e)	14

oppgave 7 - alternativ I	15
a)	15
b)	15
c)	15
oppgave 7 - alternativ II	16
a)	16
b)	17

oppgave 1

a)

Setter opp funksjonsuttrykket

$$I(s) = ps$$

Der $I(s)$ er inntekten av pølsealget, p er prisen og s er antall solgte pølser. Vi har fire boder

$$I_1(275) = 15 \cdot 275 = 4125$$

$$I_2(250) = 18 \cdot 250 = 4500$$

$$I_3(200) = 20 \cdot 200 = 4000$$

$$I_4(150) = 25 \cdot 150 = 3750$$

Beløpene er oppgitt i kroner.

b)

Pølsebod nummer 2, I_2 ser ut til å ha størst inntekt ved å selge hver pølse for 18 kroner.

c)

Dersom salget er proporsjonalt med prisen, vil det finnes en proporsjonalitetskonstant k . Regner ut k for bod 1

$$k_1 = \frac{s}{p} = \frac{275}{15} = \frac{55}{3}$$

og deretter for bod 2

$$k_2 = \frac{s}{p} = \frac{250}{18} = k_2 = \frac{125}{9}$$

Vi trenger ikke kontrollere flere boder, for vi ser at $k_1 \neq k_2$, altså er ikke salget proporsjonalt med prisen.

oppgave 2

a.I)

$$x^2 - x - 20 = 0$$

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-20)}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{81}}{2}$$

$$x = \frac{1 \pm 9}{2}$$

$$x_1 = -4 \quad \vee \quad x_2 = 5$$

a.II)

$$3x(x - 1) - (x - 2)2x = 20 + 2x$$

$$3x^2 - 3x - (2x^2 - 4x) = 20 + 2x$$

$$3x^2 - 2x^2 - 3x + 4x - 2x - 20 = 0$$

$$x^2 - x - 20 = 0$$

Dette er samme likning som i deloppgave a.1.I)

$$x_1 = -4 \quad \vee \quad x_2 = 5$$

b.I)

$$5000 \cdot x = 5350$$

$$x = \frac{5350}{5000}$$

$$x = 1.07$$

Prisen på varen stiger med 7%

b.II)

Pris på varen, feks 100 kr

$$100 \cdot 1.1 = 110$$

Reduseres med 10%

$$110 \cdot 0.9 = 99$$

Prisen har endret seg med -1%

c.I)

En regulær n -kant har vinkelen

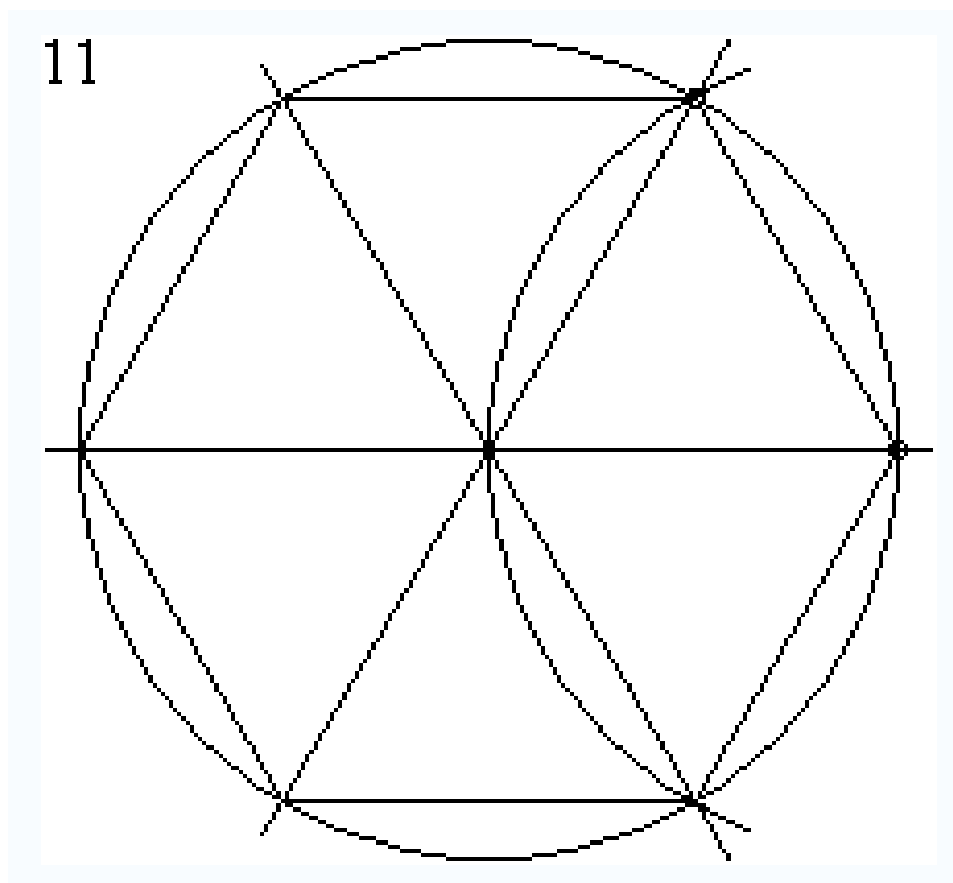
$$v(n) = 180^\circ - \frac{360^\circ}{n}$$

dermed

$$v(6) = 180^\circ - \frac{360^\circ}{6}$$

$$v(6) = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

c.II)

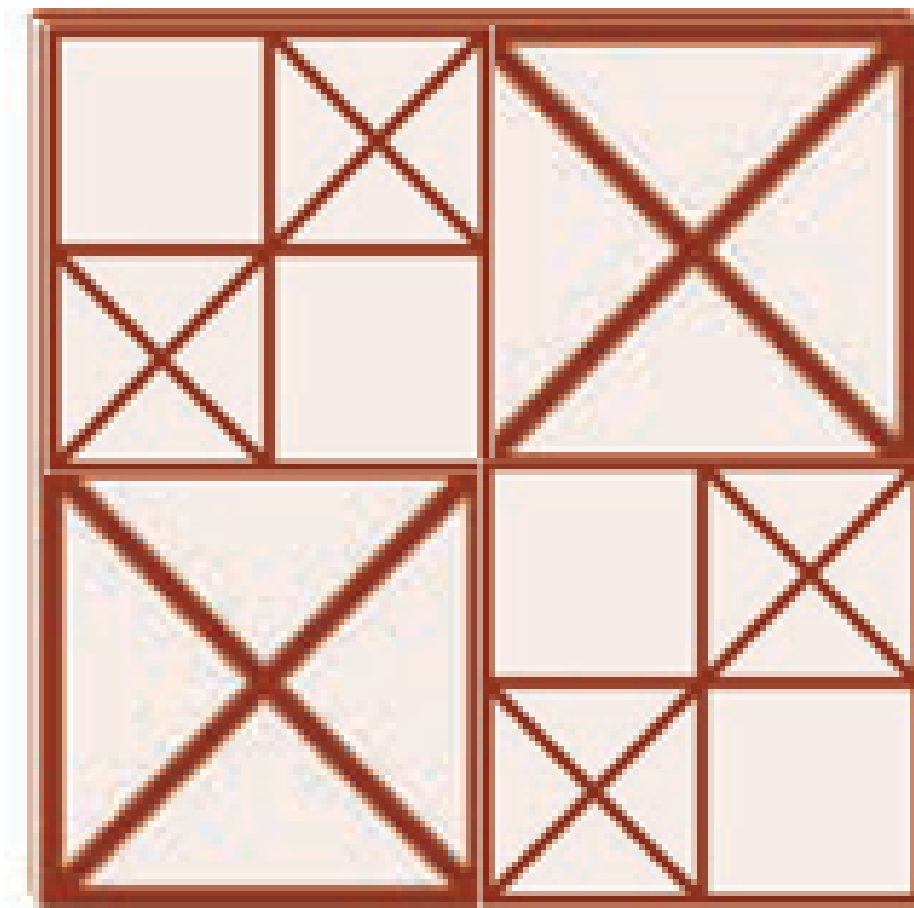


Du kan lese mer om [konstruksjon](#) på Wikipedia.

d.I)

Merker at distansen mellom kurvene er tilnærmet like. Spiralen på bildet er arkidemisk.

d.II)



Ovenfor ser du det tredje trinnet i fraktalen. Dersom du er interessert i å lese mer om [fraktalgeometri](#), burde du sjekke ut linken.

e.I)

$$\sin \angle B = \frac{AC}{BC}$$

$$\angle B = \arcsin\left(\frac{AC}{BC}\right)$$

$$\angle B = \arcsin\left(\frac{4.2}{6.9}\right) \approx 37.5^\circ$$

e.II)

Kaller vinkelen mellom siktelinjen fra vannflaten til toppen av fyret for $\angle T$ og mellom vannflaten og nedre kant av fyret $\angle N$. Videre er h høyden av fyret. Dermed får vi

$$h = \tan \angle T \cdot 100 - \tan \angle N \cdot 100$$

$$h = \left(\tan(36.8^\circ) - \tan(31.2^\circ) \right) \cdot 100 \approx 14.25\text{m}$$

oppgave 3

a)

Velger sirkel som en modell for tjernet og anslår radius, r i sirkelen til å være lik

$$r = 1.5\text{cm} \cdot 2500 = 3750\text{cm} = 375\text{dm}$$

Arealet av tjernet blir da

$$A = \pi r^2 = \pi \cdot (375)^2 \approx 441786\text{dm}^2 \approx 440 \text{ m}^2$$

b)

Vannet skråner altså jevnt og er på sitt dypeste ved $d = 7.2\text{m} = 72\text{dm}$. Vi skal bruke arealet for å anslå volumet av vannet. En god modell, er ei kjegle.

$$V = \frac{1}{3} \cdot \underbrace{\pi r^2}_{\text{Arealet}} \cdot \overbrace{h}^{\text{dybden}}$$

altså

$$V = \frac{1}{3} \cdot Ad$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot (441786)7.2 \approx 1060300 \text{ liter} \approx 1060\text{m}^3$$

c)

Vi får oppgitt at vi kan bruke formelen for å regne ut hvor mye kalk som må tilsettes, for å øke pH-verdien med én enhet

$$m = 4.86 \cdot 10^{-4} \cdot V$$

gir kalkmengden m målt i gram og V er antall liter vann i tjernet.

Hvor mange kg kalk må tilsettes for å øke pH-verdien med én enhet?

$$m = 4.86 \cdot 10^{-4} \cdot 1060300 = \frac{4.86 \cdot 1060300}{10000} \approx 515\text{g}$$

Funksjonen tyder på at man kun må tilsette 0.5kg kalk for å øke pH-verdien med én enhet. Dette er lite troverdig, og jeg vil derfor anta at det er feil funksjonsuttrykket for m eller at de ønsker at man kan tolke resultatet som feil. Dette er langt fra realistisk.

oppgave 4

Gitte opplysninger

- 3 hjul
- 6 bilder på hvert hjul
- 1 eple
- 2 banan
- 3 appelsin

a)

H_1 = 'Hjulet til venstre'

$$P(H_1 = \text{banan}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

b)

$H_1, H_2, H_3 = H_a$ = 'Alle hjulene'

$$P(H_a = \text{eple}) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{6^3} = \frac{1}{216}$$

c)

$$P(H_a = \text{tre like}) = P(H_a = \text{eple}) + P(H_a = \text{banan}) + P(H_a = \text{appelsin})$$

Setter inn og løser

$$P(H_a = \text{tre like}) = \left(\frac{1}{6}\right)^3 + \left(\frac{1}{3}\right)^3 + \left(\frac{1}{2}\right)^3$$

$$P(H_a = \text{tre like}) = \frac{1}{6^3} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{2^3} = \frac{1}{6}$$

Rimelig gode vinner sjanser på denne banditten, må jeg si.

oppgave 5

a)

Plotter inn punktene for antall mnd x og vekten til Trygve i individuelle lister under 'STAT'-menyen på Casio fx-9750G Plus. Bruker 'GRPH1' og finner følgende (tilnærmede) verdier for 'Exp'

$$y = ae^{bx} \begin{cases} a = & 3670 \\ b = & 0.09293756 \\ r = & 0.99 \\ r^2 = & 0.99 \end{cases}$$

Vi har altså

$$f(x) = 3670e^{0.09293756x} = 3670 \cdot e^{(0.09293756)x} \approx 3670 \cdot 1.097^x$$

b)

Grafen nedenfor viser

$$f(x) = 3670 \cdot 1.097^x \quad x \in [1, 11]$$

c)

$$\begin{aligned} f(x) &= 7500 \\ 3670 \cdot 1.097^x &= 7500 \\ x \ln 1.097 &= \ln \left(\frac{7500}{3670} \right) \\ x &= \frac{\ln(7500) - \ln(3670)}{\ln(1.097)} \\ x &\approx 7.7 \end{aligned}$$

Da er Trygvebassen litt over syv og en halv mnd.

d)

Når Trygve er 3 år, har det gått 36 måneder. Vi får altså:

$$f(36) = 3670 \cdot 1.097^{36} \approx 102826 \Big| : 1000 \approx 102.8\text{kg}$$

Hahaha, det er vel bare i Amerika barn i treårsalderen veier over 100kg? :)

oppgave 6

a)

$\triangle PQR$ er kheopsgyllen og $QR = 10\text{cm}$ Definisjonen på en kheopsgyllen trekant er

$$\frac{\text{hypotenus}}{\text{den korteste kateten}} = \phi$$

Derfor får vi:

$$\frac{PR}{QR} = \phi$$

$$PR = \phi \cdot QR \approx 1.62 \cdot 10 = 16.2\text{cm}$$

b)

Vinklene i $\triangle PQR$ er

$$\angle PQR = 90^\circ$$

og

$$\sin \angle QPR = \frac{QR}{PR}$$

$$\angle QPR = \arcsin\left(\frac{QR}{PR}\right)$$

$$\angle QPR = \arcsin\left(\frac{10}{16.2}\right) \approx 38.1^\circ$$

dermed

$$\angle PRQ = 180^\circ - (\angle PQR + \angle QPR)$$

$$\angle PRQ = 180^\circ - (90^\circ + 38.1^\circ) = 51.9^\circ$$

c)

$\triangle AEC$ er formlik med $\triangle DEF$ fordi lyskilden, solen, treffer dem fra samme vinkel. Dermed vil skyggen til både pyramiden og mannen ha samme retning, men forskjellig lengde. Lengden av skyggen er avhengig av høyden på objektet som kaster skyggen. Vi måler høyden fra sentrum av objektet. Altså har vi påvist at høyden på objektet og vinkelen lyskilden treffer objektet med bestemmer trekanten. Det eksisterer med andre ord et forhold mellom $\triangle AEC$ og $\triangle DEF$ fordi de er formlike.

d)

Vi får oppgitt at Kheopspyramiden har kvadratisk grunnflate med sider 230.0 meter. Det betyr at linjestykket

$$AB = \frac{1}{2} \cdot 230 = 115\text{m}$$

BE er gitt

$$BE = 431.3\text{m}$$

altså er

$$AE = AB + BE = 115 + 431.3 = 546.3\text{m}$$

Forholdet mellom AE og mannens skygge, DE , er

$$\frac{AE}{DE} = \frac{546.3}{7.5} = 72.84$$

Videre er vi gitt at mannens høyde, DF er

$$DF = 2.0\text{m}$$

og Kheopspyramiden skulle da ha høyden

$$AC = \frac{AE}{DE} \cdot DF = 72.84 \cdot 2.0 \approx 145.7\text{m}$$

e)

Vi vil undersøke om $\triangle ABC$ er Kheopsgyllen. Drar frem slitne gamle, men trofaste pytagoras

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$BC^2 = (115)^2 + (145.68)^2$$

$$BC = \sqrt{34447.6624} \approx 181.601$$

Så kontrollerer vi

$$\frac{BC}{AB} = \frac{181.601}{115} \approx 1.614 \approx \phi$$

Jada, den er så gyllen atte! :)

oppgave 7 - alternativ I

a)

Innfører først følgende navn:

- S_1 = den store sirkelen
- S_2 = den mellomste sirkelen
- S_3 = den minste sirkelen

Vi ser at

$$r_{S_2} = AB = \frac{1}{2} \cdot r_{S_1} = \frac{1}{2} \cdot 80 = 40$$

radien r til den minste sirkelen S_3 er ukjent, altså er

$$AC = 40 + r$$

b)

$$BC = 80 - r$$

c)

$$AB + 2r = 80$$

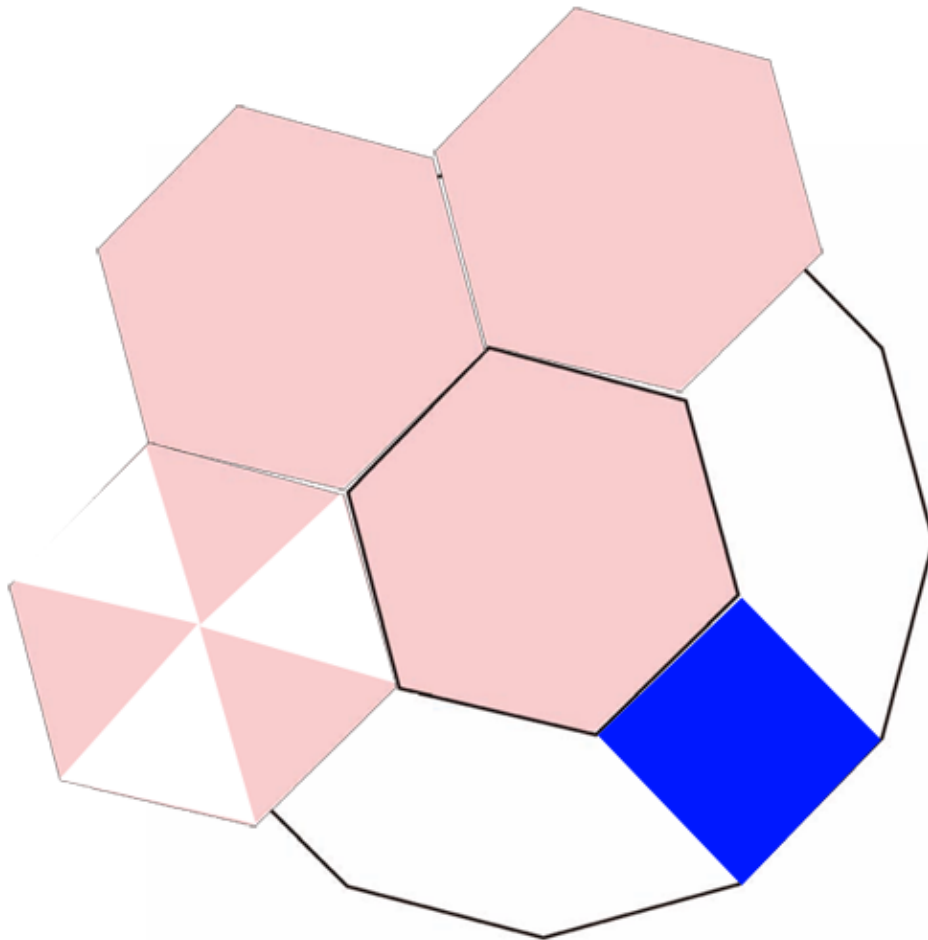
$$40 + 2r = 80$$

$$r = \frac{80 - 40}{2}$$

$$r = 20$$

oppgave 7 - alternativ II

a)



Ovenfor ser du en grov, men grei skisse med regulære tre-, fire- og sekskanter.

b)

Vi har en regulær 12- og 6-kant med sider 10 cm. Vi kan si at 12-kanten er satt sammen av 12 likebeinte trekninger, og at 6-kanten er satt sammen av 6 l.b trekninger. Der hver trekant har vinkelen

$$\frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$$

$$\frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$$

Vi kan trekke en normal ned på sidekanten. Vi har da en rettvinklet trekant med den korteste kateten lik 5cm og vinkel 15° for 12-kanten og 30° for 6-kanten. Da kan vi finne hypotenusen. Først for 12-kanten

$$\frac{5}{\sin(15^\circ)}$$

og så for 6-kanten

$$\frac{5}{\sin(30^\circ)}$$

Nå kan vi bruke at arealet av en trekant er

$$\frac{1}{2}bc \sin \angle A$$

der b og c er linjestykkene som danner $\angle A$, altså hypotenusen i vårt tilfelle. Siden trekantene er likebeinte, 'har de to hypotener'.

$$A_{\text{diff}} = \frac{1}{2} \cdot \left[\underbrace{12 \cdot \left(\frac{5}{\sin(15^\circ)} \right)^2 \cdot \sin(30^\circ)}_{12\text{-kanten}} - \underbrace{6 \cdot \left(\frac{5}{\sin(30^\circ)} \right)^2 \cdot \sin(60^\circ)}_{6\text{-kanten}} \right]$$

$$A_{\text{diff}} \approx 1119.615 - 259.808 \approx 860 \text{ cm}^2$$

Dersom du er interessert, finner du flere [løsningsforslag](https://www.eksamensopp-gaver.org) på eksamensopp-gaver.org

SLUTT