Løsningsforslag eksempeloppgave
MAT1003 Matematikk 2P Desember 2007

eksamensoppgaver.org

Om løsningsforslaget

Løsningsforslaget for matematikk eksamen i 2P er gratis, og det er lastet ned på eksamensoppgaver.org. Løsningen er myntet på elever og privatister som vil forbrede seg til eksamen i matematikk. Lærere må gjerne bruke løsningsforslaget i undervisningsøyemed, men virksomheter har ingen rett til å anvende dokumentet.

Løsningsforslagene skal utelukkende distribueres fra nettstedet eksamensoppgaver.org, da det er viktig å kunne føye til og rette eventuelle feil i ettertid. På den måten vil alle som ønsker det, til enhver tid finne det siste oppdaterte verket. eksamensoppgaver.org ønsker videre at flest mulig skal få vite om eksamensløsningene, slik at det finnes et eget nettsted hvor man kan tilegne seg dette gratis.

Dersom du sitter på ressurser du har mulighet til å dele med deg, eller ønsker å bidra på annen måte, håper eksamensoppgaver.org på å høre fra deg.

Innholdsfortegnelse

oppgave 1

a)

Vi skal gjøre et overslag av

$$101 \cdot \frac{63023}{699}$$

skriver om til

$$100 \cdot \frac{63000}{700}$$

og deretter

$$\frac{6300000}{700} = \frac{63000}{7} = 9000$$

På kalkulatoren finner vi at svaret er 9106, så overslaget er ikke så ille.

b)

Vi skal skrive om 11011 fra totallsystemet om til titallsystemet. Velger å sette det opp slik, selvom det kanskje er litt ‘krunglete‘:

Plassering	2^4	2^3	2^2	2	1
Binærtall	1	1	0	1	1
Titall	16	8	0	2	1

da har vi altså regnestykket

$$16 + 8 + 2 + 1 = 27$$

11011 fra totallsystemet er altså lik 27 i titallsystemet.

c)

Jfr rettledningen er formuen til Fred på 720000 og dermed større enn 540000, da er formueskatten 0.4%. Vi setter

$$(720000 \cdot 0.004) = 2880$$

d)

$$s = \frac{1}{2}at^2$$

der $s = 500$ og $t = 10$. Vi løser med hensyn på a

$$500 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot (10)^2$$

$$500 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 100$$

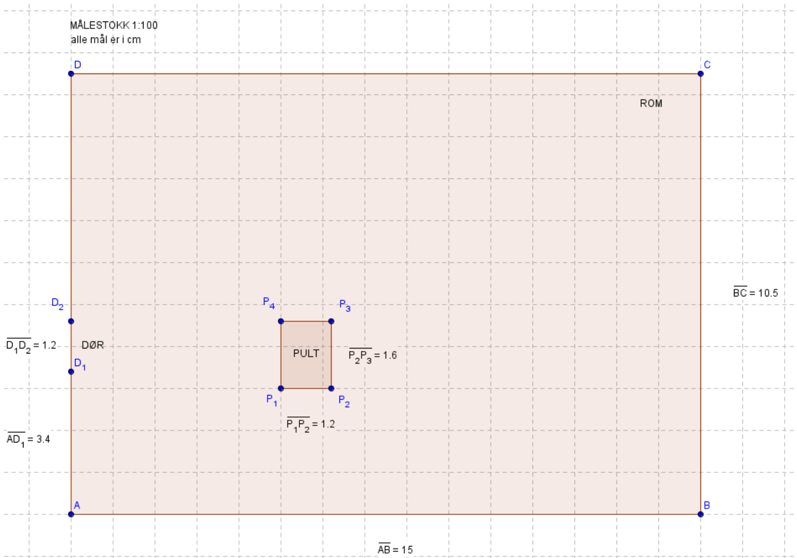
$$500 = \frac{100}{2} \cdot a$$

$$\frac{500}{50} = a$$

$$a = 10$$

e)

Målestokk 1:100, betyr at 1 cm på tegningen er 100 cm i virkeligheten. - Altså 1 cm på tegningen er 1 meter i virkeligheten.



f)

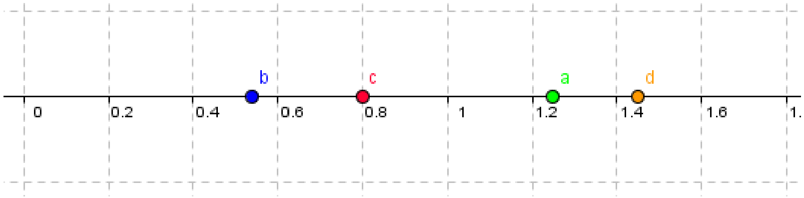
Personen veier 50 kg og kroppen tåler $3.5 \cdot 10^{-11}$ gram per kg kroppsvekt. Personen har fått i seg $1.5 \cdot 10^{-9}$

$$\frac{1.5 \cdot 10^{-9}}{50} = \frac{1.5 \cdot 10^{-9}}{0.50 \cdot 10^2} = \frac{1.5 \cdot 10^{-11}}{0.50} = 3.0 \cdot 10^{-11}$$

Ja, kroppen tåler dette.

oppgave 2

a)



Her plottet jeg jo bare verdiene, men å skrive inn punktene a, b, c og d er jo strengt tatt bare å lokalisere dem på tallinja og å sette pila der.

b)

Tallet som ligger midt mellom b og 1 er gjennomsnittet av verdiene.

$$\frac{b+1}{2} = \frac{0.54+1}{2} = \frac{1.54}{2} = 0.77$$

c.1)

Det ukjente tallet er x. Avstanden fra x til d er differansen mellom x og d. Altså;

$$x - 0.54$$

Denne avstanden skal være 6 ganger så stor som avstanden fra b til x. Altså;

$$6 \cdot (1.45 - x)$$

og som sagt, de to er like, altså har vi

$$x - 0.54 = 6 \cdot (1.45 - x)$$

c.2)

$$x - 0.54 = 6 \cdot (1.45 - x)$$
$$x - 0.54 = 8.7 - 6x$$
$$7x = 8.7 + 0.54$$
$$7x = 9.24$$
$$x = \frac{9.24}{7}$$
$$x = 1.32$$

oppgave 3

a)

Vi skriver av tabellen

Alder x	17	25	37	48	60
Hvilepuls $f(x)$	195	189	183	175	166

og plotter inn disse verdiene i hver sin tabell under 'STAT' på min Casio fx9750G Plus kalkulator. Bruker deretter linær regresjon på punktene og finner følgende verdier (rundet av til tre desimaler):

$$y = ax + b \begin{cases} a = -0.661 \\ b = 206.306 \\ r = -0.998 \\ r^2 = 0.995 \end{cases}$$

Ved å bruke disse verdiene og runde dem av jfr oppgaveteksten, finner vi at funksjonsuttrykket

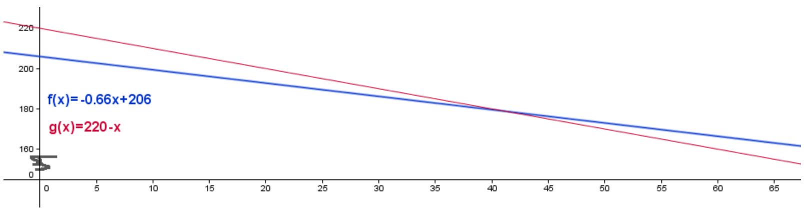
$$f(x) = -0.66x + 206$$

beskriver makspulsen som en funksjon av alderen (x). Grafen kommer i deloppgave b).

b)

Visserlig skal en forenklet metode for å finne makspuls være å sette 'makspuls'$=220-$ 'alder'. Vi finner $g(x)$

$$g(x) = 220 - x$$



c)

Forskjellen mellom de to modellene er minst der de krysser hverandre. Vi finner dette punktet ved å sette

$$f(x) = g(x)$$

$$-0.66x + 206 = 220 - x$$

$$-0.66x + x = 220 - 206$$

$$0.34x = 14$$

$$x = \frac{14}{0.34} \approx 41$$

Den er altså minst når personen er 41 år. Videre ser vi at grafene er linære og ‘spriker‘ på hver side av dette punktet. Derfor kan vi sette

$$g(15) - f(15) = 205 - 196.1 = 8.9$$

og

$$f(60) - g(60) = 166.4 - 160 = 6.4$$

Vi ser altså at differansen er størst ved $x = 15$.

oppgave 4

Innfører T=‘Tor Solstads alder‘ og E=‘Eva Solstads alder‘.

a)

$$P(\overline{T = 80}) = 1 - P(T = 80)$$

Sannsynligheten for at han ikke blir 80 år er altså den komplementære sannsynligheten til at han blir 80 år.

$$P(\overline{T = 80}) = 1 - 0.63 = 0.37$$

Vi ser at det er 0.37 sannsynlighet for at han blir 80 år.

b)

Sannsynligheten for at begge blir 80 år finner vi slik

$$P(T = 80 \cap E = 80) = P(T = 80) \cdot P(E = 80)$$

vi bruker altså produktsetningen for uavhengige hendelser, fordi utfallet av det ene ikke påvirker det andre. Hadde feks Eva villet slå ihjel Tor med fjøla hadde vi hatt avhengige hendelser, fordi sannsynligheten for at han ville blitt slått ihjel da ville vært større når Eva levde, men det er ikke tilfelle her. (Den var dårlig).

$$P(T = 80 \cap E = 80) = 0.63 \cdot 0.77 = 0.4851 \approx 0.49$$

Sannsynligheten for at begge lever til de blir 80 år er altså bare skarve 0.49.

c)

$$P(\overline{T = 80} \cap \overline{E = 80}) = P(\overline{T = 80}) \cdot P(\overline{E = 80})$$

Her bruker vi altså produkt- og komplementærsetningen!

$$P(T = 80 \cap E = 80) = 0.37 \cdot (1 - 0.77) = 0.37 \cdot 0.23 = 0.0851 \approx 0.09$$

Det er altså kun 0.09 sannsynlighet for at ingen av dem blir skrukkete og gamle!

d)

Hvis bare en av dem blir 80 år, kan det skje ved at Tor blir 80, men ikke Eva og at Eva blir 80, men ikke Tor.

$$P(T = 80|\overline{E = 80} \cap E = 80|\overline{T = 80}) = P(T = 80) \cdot P(\overline{E = 80}) + P(E = 80) \cdot P(\overline{T = 80})$$

altså produkt-, komplementær- og addisjonssetningen!

$$P(T = 80|\overline{E = 80} \cap E = 80|\overline{T = 80}) = 0.63 \cdot (1 - 0.77) + 0.77 \cdot (1 - 0.63) =$$

$$0.63 \cdot 0.23 + 0.77 \cdot 0.37 = 0.4298 \approx 0.43$$

Sannsynligheten for at det skal skje er altså 0.43 :)

oppgave 5

Her skal vi finne funksjonssuttrykket som beskriver de 6 ulike situasjonene.

Situasjon 1)

$$S_1(x) = 2.50x + 60$$

funksjonen beskriver hvor mye abbonementet koster per måned som et uttrykk av samtaletiden i x minutter.

Situasjon 2)

$$S_2(x) = 1.60x + 125$$

funksjonen beskriver det samme som funksjonen i a).

Situasjon 3)

$$S_3(x) = 1.10x + 240$$

funksjonsuttrykket beskriver det samme som funksjonen i a).

Situasjon 4)

350 kjøttmeiser blir merket. Hvert år dør 48% av disse. Dermed

$$\left(1 - \frac{48}{100}\right) = 0.52$$

og uttrykkt ved x år, er antall kjøttmeiser

$$S_4(x) = 350 \cdot 0.52^x$$

Situasjon 5)

Det rektangulære området til bonden vil få sider lik (se figur)

$$s_1 = x$$

og

$$s_2 = 100 - x$$

Arealet av et rektangel er gitt ved

$$A = s_1 \cdot s_2$$

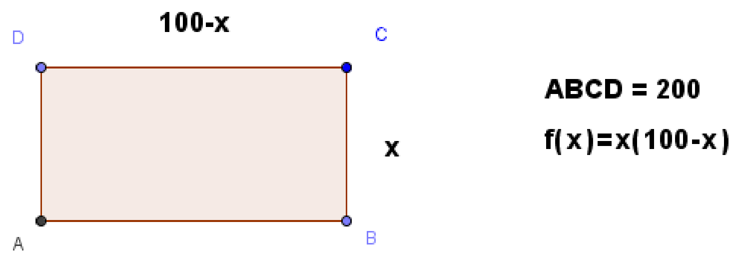
altså får vi funksjonsuttrykket

$$S_5(x) = x\,(100 - x)$$

som vi løser og får

$$S_5(x) = 100x - x^2$$

og det kan vi illustrere slik



Situasjon 6)

Lysstyrken under vann minker med ca 5% for hver meter. Vi vil finne en funksjon som uttrykker lysstyrken x meter under vannet, og finner vekstfaktoren først

$$\left(1 - \frac{5}{100}\right) = 0.95$$

videre, er lysstyken 100% ved $x = 0$. Vi får funksjonsuttrykket

$$S_6(x) = 100 \cdot 0.95^x$$

oppgave 6 - alternativ I

a)

Ordinær pris for genseren var 600 kroner. Den er satt ned med 30%, vekstfaktoren er altså

$$1 - \frac{30}{100} = 0.70$$

og genseren kostet

$$600 \cdot 0.70 = 420$$

genseren koster 420 kroner på salg.

b)

Drillen koster 950 kr inkl. mva, og mva er 25% altså 1.25. Dermed er prisen ekslusiv mva

$$\frac{950}{1.25} = 760 \text{ kr}$$

c.1)

Vi ser bort fra sandalene til Siri, fordi de koster minst (og dermed blir spandert av skobutikken).

$$899 + 599 = 1498$$

De må altså betale 1498 kroner for de tre parene med sko.

c.2)

Avslaget på skoene er lik prisen på de billigste skoene, altså sandalene til Siri. Disse kostet 499 kr. Da får vi følgende prosentvise avslag;

$$x = \frac{499}{1498 + 499} \cdot 100 \approx 25\%$$

Da skal hver av dem betale ca $0.75 \cdot$ 'den opprinnelige prisen'.

$$\text{Wei} = 899 \cdot 0.75 = 674.25 \approx 675 \text{ kr}$$

$$\text{Line} = 599 \cdot 0.75 = 449.25 \approx 449 \text{ kr}$$

$$\text{Siri} = 499 \cdot 0.75 = 374.25 \approx 375 \text{ kr}$$

oppgave 6 - alternativ II

a)

Medianen er

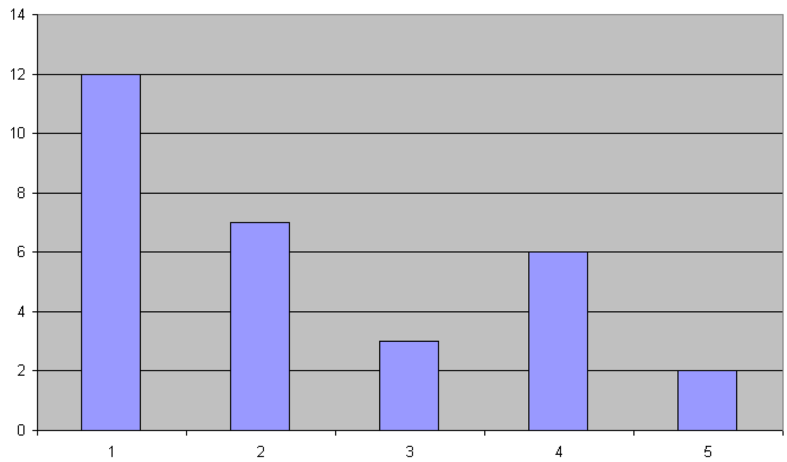
$$M = \frac{5+1}{2} = 3$$

Gjennomsnittet er

$$\overline{G_1} = \frac{1}{30} \cdot \left(\sum_{i=1}^{30} d_i \right) = \frac{69}{30} = 2.3$$

b)

Nedenfor ser vi et stolpe-/søylediagram der antall passasjerer uttrykkes i x-retningen og antall biler med det antallet passasjerer uttrykkes i y-retningen.



Det er mange måter å fremstille dette på, man kunne for eksempel fremstilt antall biler uttrykkt ved antall passasjerer. I latskapens navn skipper jeg dette nå, for dette er basic, hehe.

c)

Det totale antall biler er som vi allerede vet 30, av disse ser vi av søylediagrammet ovenfor at 12 kun har én passasjer. Altså $30 - 12 = 18$ biler med mer enn én passasjer.

$$\frac{18}{30} = \frac{3}{5}$$

3/5 av alle bilene har altså mer enn én passasjer.

d)

Jeg plotter inn disse dataene fra Steinkjer og denne byen i tabeller under 'STAT' på kalkulatoren og leser av

$$S_1 \approx 1.58 \qquad\qquad S_2 \approx 2.12$$

Ja, man kunne enkelt gjettet hvilken av de to datamengdene som har størst standardavvik. Det er nemlig flere biler i datamengden fra Steinkjer som bare har én passasjer, mens datamengden fra den andre byen er mer spredd. Derfor kan vi si at datamengden i Steinkjer er mer konsentrert og standardavviket vil bli større i by nummer 2, fordi verdiene er mer spredd.

Dersom du er interessert, finner du flere løsningsforslag på eksamensoppgaver.org

SLUTT