Løsningsforslag
AA6526 Matematikk 3MX - 8. desember 2004

eksamensoppgaver.org

Om løsningsforslaget

Løsningsforslaget for matematikk eksamen i 3MX er gratis, og det er lastet ned på eksamensoppgaver.org. Løsningen er myntet på elever og privatister som vil forbrede seg til eksamen i matematikk. Lærere må gjerne bruke løsningsforslaget i undervisningsøyemed, men virksomheter har ingen rett til å anvende dokumentet.

Løsningsforslagene skal utelukkende distribueres fra nettstedet eksamensoppgaver.org, da det er viktig å kunne føye til og rette eventuelle feil i ettertid. På den måten vil alle som ønsker det, til enhver tid finne det siste oppdaterte verket. eksamensoppgaver.org ønsker videre at flest mulig skal få vite om eksamensløsningene, slik at det finnes et eget nettsted hvor man kan tilegne seg dette gratis.

Dersom du sitter på ressurser du har mulighet til å dele med deg, eller ønsker å bidra på annen måte, håper eksamensoppgaver.org på å høre fra deg.

Innholdsfortegnelse

oppgave 1

a.1)

$$f(x) = 3 + 2\cos(2x)$$

deriverer

$$f'(x) = (3)' + 2 \cdot \big(\cos(2x)\big)' \cdot (2x)'$$
$$f'(x) = 0 + 2 \cdot 2 \cdot \big(-\sin(2x)\big)$$
$$f'(x) = -4\sin(2x)$$

a.2)

$$g(x) = \sqrt{\sin x}$$

deriverer

$$g'(x) = \big(\sqrt{\sin x}\big)' \cdot \big(\sin x\big)'$$
$$g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{\sin x}} \cdot \cos x$$
$$g'(x) = \frac{\cos x}{2\sqrt{\sin x}}$$

b)

Skal finne integralet

$$\int x^2 \ln x \, dx$$

bestemmer det uegentlige integralet ved å bruke delvis integrasjon. Setter

$$u' = x^2 \quad u = \tfrac{1}{3}x^3$$

$$v' = \tfrac{1}{x} \quad v = \ln x$$

og da har vi

$$\int x^2 \ln x \, dx = \frac{1}{3}x^3 \ln x - \frac{1}{3} \cdot \int x^3 \cdot \frac{1}{x} \, dx$$

der vi kan kansellere

$$\int x^2 \ln x \, dx = \frac{1}{3}x^3 \ln x - \frac{1}{3} \cdot \int x^{\cancel{3}} \cdot \frac{1}{\cancel{x}} \, dx$$

og da

$$\int x^2 \ln x \, dx = \frac{1}{3}x^3 \ln x - \frac{1}{3} \cdot \int x^2 \, dx$$
$$\int x^2 \ln x \, dx = \frac{1}{3}x^3 \ln x - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3}x^3$$

som vi kan skrive

$$\int x^2 \ln x \, dx = \frac{1}{3}x^3 \left(\ln x - \frac{1}{3}\right) + C$$

c)

Vi skal løse likningen

$$6\cos^2 x - \cos x - 1 = 0 \qquad\qquad x \in [0, 2\pi\rangle$$

bruker *abc*-formelen og finner

$$\cos x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 6 \cdot (-1)}}{2 \cdot 6}$$

$$\cos x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 24}}{12}$$

$$\cos x = \frac{1 \pm 5}{12}$$

$$\cos x = -\frac{1}{3} \quad \vee \quad \cos x = \frac{1}{2}$$

$$x = -\arccos\left(\frac{1}{3}\right) \quad \vee \quad x = \arccos\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$x_1 \approx 1.911 \quad \vee \quad x_2 \approx 2\pi - x_1 \quad \vee \quad x_3 = \frac{\pi}{3} \quad \vee \quad x_4 = 2\pi - \frac{\pi}{3}$$

$$x_1 \approx 1.911 \quad \vee \quad x_2 \approx 4.373 \quad \vee \quad x_3 = \frac{\pi}{3} \quad \vee \quad x_4 = \frac{5\pi}{3}$$

og dette er de eneste løsningene i første omløp.

d.1)

Vi er gitt at X skal være en binomisk fordelt variabel med $n = 50$ og $p = 0.75$. Da får vi

$$\mu = E(X) = n \cdot p = 50 \cdot 0.75 = 37.5$$

og

$$\sigma = SD(X) = \sqrt{np \cdot (1-p)} = \sqrt{37.5 \cdot (1 - 0.75)} = \sqrt{9.375} \approx 3.06$$

d.2)

$$P(X \geq 42) = \sum_{x=42}^{50} \binom{50}{x} \cdot (0.75)^x \cdot (0.25)^{50-x}$$

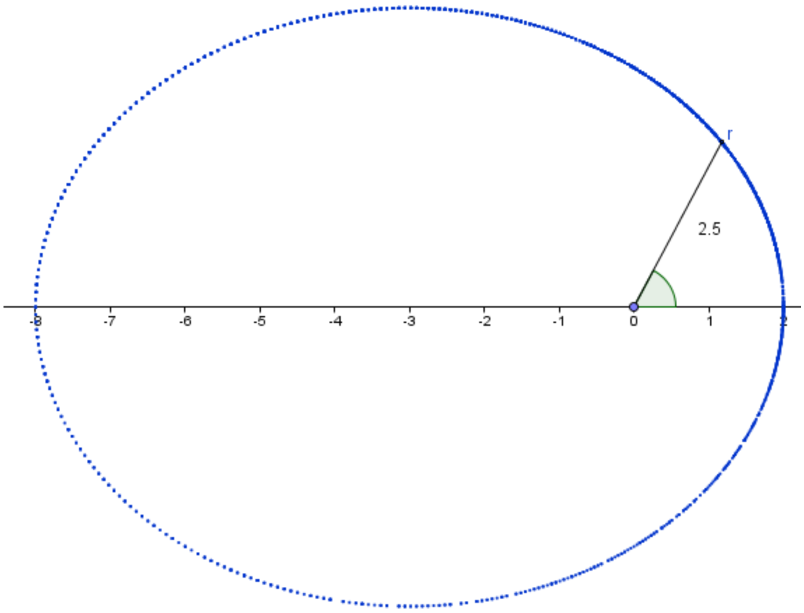
Dette regner jeg ut på kalkulatoren min, og finner

$$P(X \geq 42) \approx 0.092$$

altså 9.2% sannsynlighet.

e.1)

Går inn i 'GRAPH' menyen, skifter til typen $r =$ og skriver inn uttrykket. Velger pitch 2π og passende Window-verdier, og dermed bruker jeg trace for å finne de viktigste punktene.



e.2)

Vi er gitt

$$r(\theta) = \frac{16}{5 + 3\cos\theta} \qquad \theta \in [0, 2\pi\rangle$$

og vi skal finne arealet av dette flatestykket med kalkisen. Plotter inn og regner ut

$$\frac{1}{2} \cdot \int_0^{2\pi} \left(\frac{16}{5 + 3\cos\theta} \right)^2 d\theta \approx 62.83$$

oppgave 2

a)

Vi kaller punktene

- $A(3,0,0)$
- $B(0,4,0)$
- $C(0,0,8)$

og er gitt at

$$\alpha : \qquad 8x + 6y + 3z = 24$$

Vi ser at hvert av punktene tilfredstiller likningen ovenfor, og av det kan man konkludere at punktene ligger i planet. Feks for B;

$$8 \cdot 0 + 6 \cdot 4 + 3 \cdot 0 = 24$$

$$24 = 24$$

dette gjelder altså for samtlige punkter.

b)

Fra likningen til α kan vi lett isolere $\vec{n}$

$$\alpha \; 8x + 6y + 3z = 24 \qquad \Rightarrow \qquad \vec{n} = [8, 6, 3]$$

Digresjon:
Dette kan vi også vise ved å bestemme normalvektoren ved å nytte to av punktene A, B og C. Disse danner blant annet vektorene

$$\overrightarrow{AB} = [0-3, 4-0, 0-0] = [-3, 4, 0]$$

og

$$\overrightarrow{AC} = [0-3, 0-0, 8-0] = [-3, 0, 8]$$

så sette

$$\vec{n} = [a, b, c]$$

og deretter bestemme $a = 1$, fordi det er retningen og ikke lengden som er viktig, da får vi:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AB} \cdot \vec{n} = 0 \qquad &\wedge \qquad \overrightarrow{AC} \cdot \vec{n} = 0 \\ [-3,4,0] \cdot [1,b,c] = 0 \qquad &\wedge \qquad [-3,0,8] \cdot [1,b,c] = 0 \\ -3 + 4b = 0 \qquad &\wedge \qquad -3 + 8c = 0 \\ b = \frac{3}{4} \qquad &\wedge \qquad c = \frac{3}{8} \end{aligned}$$

altså

$$\vec{n} = \left[1, \frac{3}{4}, \frac{3}{8}\right]$$

som vi kan multiplisere med et tall k, fordi lengden ikke betyr noe. La oss sette $k = 8$ for å se hva som skjer

$$\left[1, \frac{3}{4}, \frac{3}{8}\right] \cdot 8 = [8, 6, 3]$$

Bingo! :)

c)

Vi finner avstanden d fra $O(0,0,0)$. Først skriver vi om α til

$$8x + 6y + 3z - 24 = 0$$

og deretter bruker vi

$$d = \frac{|8 \cdot (0) + 6 \cdot (0) + 3 \cdot (0) - 24|}{\sqrt{8^2 + 6^2 + 3^2}} = \frac{|-24|}{\sqrt{109}} = \frac{24\sqrt{109}}{109}$$

d.1)

Vektorfunksjonen til partikkelen er

$$\vec{r}(t) = \left[\frac{t}{4}, \frac{t^2}{6}, t\right]$$

og vi setter inn for $\vec{r}(t)$ i likningen til planet α

$$8 \cdot \left(\frac{t}{4}\right) + 6 \cdot \left(\frac{t^2}{6}\right) 3 \cdot t = 24$$

$$\frac{8t}{4} + \frac{6t^2}{6} + 3t = 24$$

$$t^2 + 5t - 24 = 0$$

og den gode gamle abc-formelen

$$t = \frac{-5 \pm \sqrt{(5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-24)}}{2 \cdot 1}$$

$$t = \frac{-5 \pm \sqrt{121}}{2}$$

$$t = \frac{-5 \pm 11}{2}$$

$$\cancel{t_1 = -8} \qquad \vee \qquad t_2 = 3 \qquad\qquad t \geq 0$$

det tar altså 3 sekunder før partikkelen treffer planet.

d.2)

Vi bruker posisjonsvektoren $\vec{r}(t)$ på $t = 3$ og finner

$$\vec{r}(3) = \left[\frac{3}{4}, \frac{3^2}{6}, 3\right] = \left[\frac{3}{4}, \frac{3}{2}, 3\right] \quad \Rightarrow \quad D\left(\frac{3}{4}, \frac{3}{2}, 3\right)$$

e)

Partikkelen beveger seg i tidsintervallet $t \in [0, 3]$ og da er 'buelengden' s lik

$$s = \int_0^3 \left|\vec{r}'(t)\right| \, dt$$

derfor deriverer vi først $\vec{r}(t)$,

$$\begin{aligned} \vec{r}'(t) &= \left[\left(\frac{t}{4}\right)', \left(\frac{t^2}{6}\right)', (t)'\right] \\ &= \left[\frac{1}{4}, \frac{1}{3}t, 1\right] \end{aligned}$$

og finner så absoluttverdien

$$\begin{aligned} \left|\vec{r}'(t)\right| &= \sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{t}{3}\right)^2 + (1)^2} \\ &= \sqrt{\frac{1}{16} + \frac{1}{9}t^2 + 1} \\ &= \sqrt{\frac{1}{9}t^2 + \frac{17}{16}} \end{aligned}$$

da har vi integralet

$$\int_0^3 \sqrt{\frac{1}{9}t^2 + \frac{17}{16}} \, dt$$

som vi må løse med kalkulatoren, fordi vi ikke har kunnskapen til å løse dette analytisk.

$$\int_0^3 \sqrt{\frac{1}{9}t^2 + \frac{17}{16}} \, dt \approx 3.5$$

oppgave 3

a)

Skal vi se om Marcels bestefar er en pålitelig businessmann, hehe. Vi har $n = 10$ kurver, og $X =$ 'Vekten på en kurv'

$$\overline{X} = \frac{480 + 512 + 484 + 496 + 488 + 500 + 508 + 516 + 488 + 478}{10} = 495$$

Dette var ikke pålitelig!

b)

Denne utregningen kan enkelt utføres på kalkulator. Jeg plotter inn verdiene på min Casio fx9750G Plus under 'STAT', velger 'CALC', setter listene til listen med plottede data og frekvensen til 1. Deretter er det bare å lese av verdiene, her er det empiriske **standardavviket**

$$S = x\sigma_{n-1} \approx 13.573$$

av dette finner vi enkelt **standardfeilen**

$$S_{\overline{X}} = \frac{S}{\sqrt{n}} = \frac{13.573}{\sqrt{10}} \approx 4.291$$

c)

For et 95% konfidensintervall finner vi følgende

$$\Phi(X < z) = 0.95 \quad \Rightarrow \quad z = 1.65$$

og

$$\langle 495 - 4.291 \cdot 1.96,\ 495 + 4.291 \cdot 1.96 \rangle$$
$$\Updownarrow$$
$$\langle 486.6,\ 503.4 \rangle$$

Kommentar:
Det ser ut til at konfidensintervallet er veldig skjevt relativt til den annonserte gjennomsnittsvekta på 500 g. per jordbærkurv. Tendensen burde med andre ord gått den andre 'veien'.

d)

Han kunne brukt flere kurver i stikkprøven sin. Da ville standarfeilen blitt mindre og intervallet smalere. Et annet alternativ ville vært å bruke et annet konfidensintervall, for eksempel 90%, men det ville selvsagt gått på bekostning av sikkerheten til undersøkelsen.

oppgave 4 - alternativ I

a)

Vi finner når på døgnet lyset blir slått på den 15. mars, $x = 74$

$$T(74) = 19 - 4\cos\left(\frac{2\pi \cdot (74)}{365}\right) \approx 17.83$$

som er 17.83 timer etter midnatt, altså ca klokken 17:50

b)

Klokken 18:00 er $12 + 6 = 18$ timer etter midnatt. Først er det viktig å vise til at

$$T(x) \qquad\qquad x \in [0, 365\rangle$$

så kan vi ta for oss regnestykket. Setter

$$T(x) = 18$$

$$19 - 4\cos\left(\frac{2\pi x}{365}\right) = 18$$

$$\cos\left(\frac{2\pi x}{365}\right) = \frac{1}{4}$$

$$\frac{2\pi x}{365} \approx 1.31811 \qquad \vee \qquad \frac{2\pi x}{365} \approx 2\pi - 1.31811$$

$$x_1 \approx \frac{1.31811 \cdot (365)}{2\pi} \qquad \vee \qquad x_2 \approx \frac{4.96507 \cdot 365}{2\pi}$$

$$x_1 \approx 76.6 \qquad \vee \qquad x_2 \approx 288.4$$

$x_1 = 76.6$ er den 18. mars og $x_2 = 288.4$ er den 15. oktober (gitt at det **ikke** er skuddår).

c)

Deriverer

$$
\begin{aligned}
T'(x) &= (19)' - 4 \cdot \left[\cos\left(\frac{2\pi x}{365}\right)\right]' \cdot \left(\frac{2\pi x}{365}\right)' \\
&= -4 \cdot \frac{2\pi}{365} \cdot \left[-\sin\left(\frac{2\pi x}{365}\right)\right] \\
&= \frac{8\pi}{365} \cdot \sin\left(\frac{2\pi x}{365}\right)
\end{aligned}
$$

Midt i april er 15. april, altså dag nummer;

$$31 + 28 + 31 + 15 = 105$$

så

$$T'(105) = \frac{8\pi}{365} \cdot \sin\left(\frac{2\pi \cdot (105)}{365}\right) \approx 0.067$$

altså ca 0.067 timer/døgn $\approx$ 4 min/døgn.

Digresjon:

Dette kan vi også finne ved å sette

$$T(106) - T(105)$$

$$\left[19 - 4\cos\left(\frac{2\pi \cdot (106)}{365}\right)\right] - \left[19 - 4\cos\left(\frac{2\pi \cdot (105)}{365}\right)\right] \approx 0.067$$

d)

Dobbeltderiverer

$$
\begin{aligned}
T''(x) &= \frac{8\pi}{365} \cdot \left[\sin\left(\frac{2\pi x}{365}\right)\right]' \cdot \left(\frac{2\pi x}{365}\right)' \\
&= \frac{8\pi}{365} \cdot \cos\left(\frac{2\pi x}{365}\right) \cdot \frac{2\pi}{365} \\
&= \frac{16\pi^2}{365^2} \cdot \cos\left(\frac{2\pi x}{365}\right)
\end{aligned}
$$

og setter den andreordensderiverte lik null

$$\frac{16\pi^2}{365^2} \cdot \cos\left(\frac{2\pi x}{365}\right) = 0$$

$$\cos\left(\frac{2\pi x}{365}\right) = 0$$

$$
\begin{aligned}
\frac{2\pi x}{365} &= \frac{\pi}{2} \quad \vee \quad \frac{2\pi x}{365} = \frac{3\pi}{2} \\
x &= \frac{\frac{\pi}{2} \cdot 365}{2\pi} \quad \vee \quad x = \frac{\frac{3\pi}{2} \cdot 365}{2\pi} \\
x &= 91.25 \quad \vee \quad x = 273.75
\end{aligned}
$$

Det skjer den 92 (2. april) og 274 (1. oktober) dagen.

Digresjon:
Det hadde ikke vært nødvendig å dobbeltderivere her. Vi kunne brukt at $T(x)$ vil minke/øke raskest når vi setter

$$\sin(u) = -1 \qquad \vee \qquad \sin(u) = 1 \qquad\qquad \text{der } u = \frac{2\pi x}{365}$$

for

$$T'(x) = 4\sin\left(\frac{2\pi x}{365}\right)$$

oppgave 4 - alternativ II

a)

Jeg nummererer hvert kvadrat fra én til fire, der én er den første.

1. Dette kvadratet har sider
$$s_1 = 1$$
og arealet blir
$$A_1 = 1 \cdot 1 = 1$$

2. Dette kvadratet har sider lik hypotenusen vi ser
$$s_2 = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{2}{4}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$
videre, må vi finne arealet
$$A_2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

3. Her gjelder det samme, vi har sider lik
$$s_3 = \sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2} = \sqrt{\frac{2}{16}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$
som igjen gir oss arealet
$$A_3 = \left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^2 = \frac{1}{8}$$

4. Og til slutt
$$A_4 = \left(\frac{\sqrt{2}}{8}\right)^2 = \frac{2}{64} = \frac{1}{32}$$

Så skal vi vise at dette arealet danner ei geometrisk rekke. Vi kan observere rekka
$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{32} + \dots$$
Setter vi
$$k = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{1}{4}} = \frac{\frac{1}{2}}{1} = \frac{1}{2}$$
bekrefter vi at kvotienten, $k = 1/2$, dermed har vi alt vi trenger for å opprette rekka
$$A_n = 1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

b)

Dette kan vi enkelt finne her ved å bruke den geometriske rekka vi fant i a)

$$A_{10} = \left(\frac{1}{2}\right)^{10-1} = \frac{1}{2^9} = \frac{1}{512}$$

Summen av de ti første kvadratene blir

$$S_{10} = \frac{1 \cdot \left(\left(\frac{1}{2}\right)^{10} - 1\right)}{\frac{1}{2} - 1} = \frac{-\frac{1023}{1024}}{-\frac{1}{2}} = \frac{2046}{1024} \approx 1.998$$

c)

Rekka er konvergent fordi

$$-1 < k < 1$$

geometrisk er det også intuitivt at summen av arealene til alle kvadratene vil konvergere, fordi kvadratene lages innenfor ett 'hovedkvadrat' og en iterasjonsprossess gjennomføres for å lage det neste kvadratet. Summen av arealene når antall kvadrater går mot uendelig er

$$S = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$$

d)

Her kan vi sette opp en ulikhet. Vi vet at summen av den konvergente rekka er 2, og vi vil vite hvor mange rektangler vi minst må lage for å få et areal større enn 99.9% av dette arealet.

$$\frac{\frac{1}{2^n} - 1}{\frac{1}{2} - 1} > 0.999 \cdot 2$$

$$\frac{1}{2^n} - 1 < 1.998 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$\frac{1}{2^n} < -0.999 + 1$$

$$1 < 0.001 \cdot 2^n$$

$$\frac{1}{0.001} < 2^n$$

$$1000 < 2^n$$

$$\ln(1000) < n \cdot \ln(2)$$

$$\frac{\ln(1000)}{\ln(2)} < n$$

$$9.966 < n$$

Altså minst 10 slike kvadrater(!)

oppgave 5

a)

Vi er gitt

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

og vil vise at vi kan skrive denne som angitt i oppgaven. Vi vil altså isolere y

$$\frac{y^2}{b^2} = 1 - \frac{x^2}{a^2}$$

$$y^2 = \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right) \cdot b^2$$

$$y = \pm\sqrt{\left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right) \cdot b^2}$$

$$y = \pm b \cdot \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}$$

og da var det vist :)

b)

$$A = 2 \cdot \int_{-a}^{a} b \cdot \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}\, dx$$

1. Vi ser at grensene for integralet er $-a$ og a, dette er fordi ellipsen spenner seg fra $-a$ til a.
2. Videre ser vi at grafen er symmetrisk om førsteaksen, og derfor multipliseres integralet med 2.
3. Naturligvis er integranden uttrykket som beskriver ellipsen

c)

Setter vi $x = a\cos t$ og skal finne t når $x = \{-a, a\}$, da får vi

$$a\cos t = -a \qquad \vee \qquad a\cos t = a$$

$$\cos t = -1 \qquad \vee \qquad \cos t = 1$$

$$t = \pi + 2k\pi \qquad \vee \qquad t = 0 + 2k\pi \qquad\qquad \text{der } k \in \mathbb{Z}$$

Videre vil vi forklare at

$$dx = -a\sin t\, dt$$

Vi har

$$x(t) = a\cos t$$

der a er en konstant. Deriverer x med hensyn på t, altså er

$$x'(t) = \frac{dx}{dt}$$

dermed

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= a\big(\cos t\big)' \\ \frac{dx}{dt} &= a \cdot \big(-\sin t\big) \\ \frac{dx}{dt} &= -a\sin t \\ dx &= -a\sin t\, dt\end{aligned}$$

d)

Vi har

$$A = 2 \cdot \int_{-a}^{a} b \cdot \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}\, dx$$

Vi vet at

$$dx = -a\sin t\, dt$$

og foretar substitusjonen

$$x = a\cos t$$

samtidig som vi vet at b er en konstant (som vi kan trekke ut). Med denne informasjonen kan vi sette;

$$\begin{aligned}A &= 2b \cdot \int_{x(-1)}^{x(1)} \sqrt{1 - \frac{\big(a\cos t\big)^2}{a^2}} \cdot \big(-a\sin t\big)\, dt \\ &= 2b \cdot \int_{\pi}^{0} \sqrt{1 - \frac{\cancel{a^2} \cdot \cos^2 t}{\cancel{a^2}}} \cdot \big(-a\sin t\big)\, dt \\ &= -2ab \cdot \int_{\pi}^{0} \sqrt{1 - \cos^2 t} \cdot \sin t\, dt \\ &= -2ab \cdot \int_{\pi}^{0} \sqrt{1 - \big(1 - \sin^2 t\big)} \cdot \sin t\, dt \\ &= -2ab \cdot \int_{\pi}^{0} \sqrt{\sin^2 t} \cdot \sin t\, dt \\ &= -2ab \cdot \int_{\pi}^{0} \sin t \cdot \sin t\, dt \\ &= -2ab \cdot \int_{\pi}^{0} \sin^2 t\end{aligned}$$

Deretter snur vi grensene ved multiplisere integralet med (-1), og da har vi

$$2ab \cdot \int_0^{\pi} \sin^2 t \, dt$$

e)

Vi nytter at

$$\sin^2 t = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos(2t)$$

og har da integralet

$$\begin{aligned}
A &= 2ab \cdot \int_0^{\pi} \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos(2t) \, dt \\
&= 2ab \cdot \left[\frac{1}{2}t - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sin(2t)\right]_0^{\pi} \\
&= 2ab \cdot \left[\frac{1}{2}t - \frac{1}{4}\sin(2t)\right]_0^{\pi} \\
&= 2ab \cdot \left(\frac{1}{2}\pi - \frac{1}{4}\sin(2\pi)\right) - 0 \\
&= 2ab \cdot \frac{1}{2}\pi \\
&= ab\pi
\end{aligned}$$

Dersom du er interessert, finner du flere løsningsforslag på eksamensoppgaver.org

SLUTT