Utdanningsdirektoratet

Eksamen

Fag: AA6526 Matematikk 3MX

Eksamensdato: 3. mai 2006

Vidaregåande kurs II / Videregående kurs II

Studieretning: Allmenne, økonomiske og administrative fag

Privatistar/Privatister

Oppgåva ligg føre på begge målformer, først nynorsk, deretter bokmål. /
Oppgaven foreligger på begge målformer, først nynorsk, deretter bokmål.

OPPGAVE 1

a) Deriver funksjonen

$$f(x) = \cos x \cdot \sin x$$

b) Deriver funksjonen

$$g(x) = (\sin x + 1)^4$$

c) Bestem integralet

$$\int 3e^{2x}\,dx$$

d) Bestem integralet

$$\int \frac{(\ln x)^2}{x}\,dx$$

e) Bestem ved regning sentrum og radius i kuleflata gitt ved ligningen

$$x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6y + 2z = 2$$

f) Løs ligningen ved regning

$$4\sin x + 2\cos x = 3 \qquad x \in \left[0, 2\pi\right\rangle$$

g) Hans kjøper et nytt stereoanlegg til 50 000 kr på avbetaling. Han skal betale et fast beløp hver måned i 36 måneder, første gang én måned etter kjøpet. Han skal betale 1,5 % per måned i rente.

Bruk en geometrisk rekke til å regne ut hvor mye Hans må betale hver måned.

OPPGAVE 2

En gruppe elever ønsker å bestemme sannsynligheten p for at en fyrstikkeske lander på en av de store sidene når den kastes. Elevene kaster en fyrstikkeske 100 ganger. I 81 av tilfellene lander den på en av de store sidene.

a) Finn et estimat for p. Hva blir standardfeilen for estimatet?

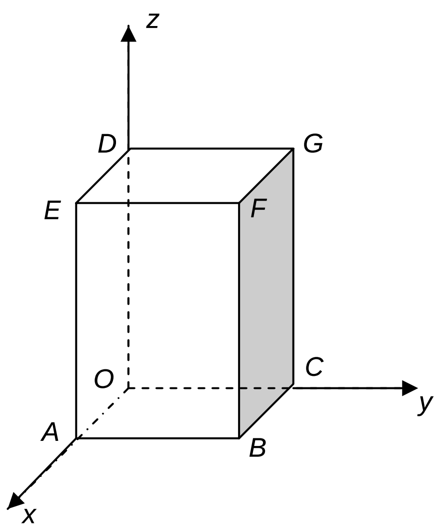
b) Bestem et 95 % konfidensintervall for p.

Elevene synes at bredden på konfidensintervallet er for stor. De ønsker at bredden ikke skal være større enn 0,1.

c) Hvor mange ganger må de kaste fyrstikkesken, dersom vi antar at estimatet for p blir om lag det samme som i a)?

OPPGAVE 3

Figuren viser et rett prisme, der $OA = 2$, $OC = 3$ og $OD = 5$. Prismet er plassert i et koordinatsystem slik at O ligger i origo, A ligger på x-aksen, C ligger på y-aksen og D ligger på z-aksen.



a) Skriv koordinatene til punktene C, E og F.

b) Finn $|\overrightarrow{CE}|$. Bestem vinkelen ECF.

c) En rett linje ℓ går gjennom punktene C og E. Finn en parameterframstilling for ℓ.

d) Undersøk om de to diagonalene CE og AG skjærer hverandre.

e) Finn ligningen for et plan α som går gjennom O, og som står normalt på $\overrightarrow{CE}$.

f) Finn avstanden fra C til α.

OPPGAVE 4

Du skal besvare <u>enten</u> alternativ I <u>eller</u> alternativ II.
De to alternativene er likeverdige ved vurderingen.

(Dersom besvarelsen inneholder deler av begge, vil bare det du har skrevet på alternativ I, bli vurdert.)

<u>Alternativ I</u>

I tabellen nedenfor har vi skrevet opp de første oddetallene slik at antall oddetall som står i hver rad, stemmer med nummeret på raden. I rad 3 står det altså tre påfølgende oddetall.

Rad n	Oddetall	Summen av oddetallene i rad n
1	1	$1 = 1^3$
2	3 5	$8 = 2^3$
3	7 9 11	$27 = 3^3$
4		
5		
6		

a) Skriv av og fyll ut tabellen.

Antall oddetall til sammen i de n første radene kaller vi m. Da er $m = 1 + 2 + 3 + \cdots + n$.

b) Bruk formelen for summen av en aritmetisk rekke, og vis at summen $1 + 3 + 5 + \cdots + (2m - 1)$ av de m første oddetallene er m^2 .

c) Bruk det du har funnet til å vise:

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + n^3 = (1 + 2 + 3 + \cdots + n)^2$$

Alternativ II

En kurve C er gitt i polarkoordinater ved

$$r = \cos^2 \theta \qquad \theta \in \left[0,\ 2\pi\right\rangle$$

a) Tegn kurven. Velg 5 cm som enheter på aksene.

Mette mener at kurven C kan skrives på formen $\left(x^2 + y^2\right)^3 = x^4$ i et vanlig koordinatsystem.

b) Sett $x = r\cos\theta$ og $y = r\sin\theta$, og vis ved innsetting at Mette har rett.

c) Finn et uttrykk for y^2 , og bestem volumet av det omdreiningslegemet vi får når vi dreier den delen av kurven som ligger ovenfor x-aksen, 360° om x-aksen.

OPPGAVE 5

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = e^x \cdot \cos x \qquad x \in \left[-\frac{\pi}{2},\ \frac{\pi}{2}\right]$$

a) Finn $f'(x)$ og $f''(x)$.

b) Vis at f har sin største verdi når $\tan x = 1$.
Finn de eksakte koordinatene til toppunktet på grafen til f.

c) Finn koordinatene til eventuelle vendepunkter på grafen.

d) Skisser grafen til f. Bruk samme enhet langs begge aksene.

e) Finn ved regning arealet av det området som er begrenset av x-aksen og grafen.