Løsningsforslag for eksamen i VG1340 Matematikk 1MX - 02.05.2008

eksamensoppgaver.org

Om løsningsforslaget

Løsningsforslaget for matematikk eksamen i 1MX er gratis, og det er lastet ned på eksamensoppgaver.org. Løsningen er myntet på elever og privatister som vil forbrede seg til eksamen i matematikk. Lærere må gjerne bruke løsningsforslaget i undervisningsøyemed, men virksomheter har ingen rett til å anvende dokumentet.

Løsningsforslagene skal utelukkende distribueres fra nettstedet eksamensoppgaver.org, da det er viktig å kunne føye til og rette eventuelle feil i ettertid. På den måten vil alle som ønsker det, til enhver tid finne det siste oppdaterte verket. eksamensoppgaver.org ønsker videre at flest mulig skal få vite om eksamensløsningene, slik at det finnes et eget nettsted hvor man kan tilegne seg dette gratis.

Dersom du sitter på ressurser du har mulighet til å dele med deg, eller ønsker å bidra på annen måte, håper eksamensoppgaver.org på å høre fra deg.

Innholdsfortegnelse

oppgave 1

a)

Da tjener Ørjan

$$8 \cdot 100 + 5 \cdot 100 \cdot 1,33 = 1465 \text{ kr}$$

b)

Uttrykket blir enkelt og greit

$$100x + 100 \cdot 1,33 \cdot y$$

som gir

$$100x + 133y$$

c)

Vi får ei likning der

$$100x + 133 \cdot 5 = 2165$$

vi løser med hensyn på x

$$100x = 2165 - 665$$
$$x = \frac{1500}{100}$$
$$x = 15$$

Han jobbet altså 15 timer på dagtid.

d)

Dette året var reallønna

$$Rl_1 = 100 \cdot \frac{100}{119} \approx 84,03$$

og året før var den

$$Rl_2 = 95 \cdot \frac{100}{115,1} \approx 82,54$$

Som vi ser er reallønna størst når han har 100 kroner per time.

oppgave 2

a.1)

$$
\begin{aligned}
x &= \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-24)}}{2 \cdot 1} \\
&= \frac{2 \pm \sqrt{4 + 96}}{2} \\
&= \frac{2 \pm \sqrt{100}}{2} \\
&= \frac{2 \pm 10}{2} \\
&= -4 \qquad \vee \qquad = 6
\end{aligned}
$$

a.2)

$$
\begin{aligned}
2x(x-2) - 3x(x-1) &= x + 1 \\
2x^2 - 4x - 3x^2 + 3x &= x + 1 \\
-x^2 - 2x - 1 &= 0
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
x &= \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-1)}}{2 \cdot (-1)} \\
&= \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4}}{-2} \\
&= \frac{2}{-2} \\
&= -1
\end{aligned}
$$

b.1)

$$p = \frac{100 \cdot 150}{120} = 125$$

prisen steg altså med 25%.

b.2)

Vi lar P være lengden av planten, og dermed vil

$$P \cdot 1,12^n = 2P$$

der n er antall år, så;

$$1,12^n = 2$$
$$n \cdot \ln(1,12) = \ln(2)$$
$$n = \frac{\ln(2)}{\ln(1,12)}$$
$$n \approx 6,12$$

c.1)

Vi skal skrive så enkelt som mulig

$$\frac{9a^2}{3a} = \frac{9a^{2-1}}{3} = \frac{9a}{3} = 3a$$

c.2)

Det gjør vi også her;

$$\begin{aligned}\frac{\left(2ab^3\right)^2 ab^{-4}}{4a^3b^5} &= \frac{2^2a^2b^{3\cdot 2}ab^{-4}}{4a^3b^5} \\ &= \frac{\cancel{4}a^3b^{6-4}}{\cancel{4}a^3b^5} \\ &= \frac{\cancel{a^3}b^2}{\cancel{a^3}b^5} \\ &= \frac{b^2}{b^5} \\ &= \frac{1}{b^3}\end{aligned}$$

d.1)

$$2^x = 5$$
$$x \log(2) = \log(5)$$
$$x = \frac{\log(5)}{\log(2)}$$
$$x \approx 2,32$$

d.2)

$$\left(1+\frac{x}{100}\right)^{10} = 1,79$$

tar 10-erroten på begge sider

$$1+\frac{x}{100} = \sqrt[10]{1,79}$$

$$x = \left(\sqrt[10]{1,79}-1\right)\cdot 100$$

$$x \approx 6$$

e.1)

Diagonalen

$$AC = BD$$

og bredden

$$BC = AD$$

så bruker vi pytagoras

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$AC = \sqrt{7^2+3^3}$$

$$AC \approx 7,6 \text{ cm}$$

e.2)

Finner først BD med pytagoras

$$BD = \sqrt{AB^2 + AD^2}$$

$$BD = \sqrt{4^2+3^2}$$

$$BD = 5$$

(3, 4, 5) er et pytagorisk talltrippel. Videre er vi gitt at $\angle C = 90°$, at $BC = CD$ og at diagonalen mellom dem er BD, så

$$5^2 = BC^2 + BC^2$$

$$BC = \sqrt{\frac{5^2}{2}}$$

$$BC = \sqrt{12,5} \approx 3,5 \text{ cm}$$

oppgave 3

a)

Vi kaller terningene A og B, der A har 6 sider, mens B har 8.

$$P(3A) = \frac{1}{6}$$

$$P(3B) = \frac{1}{8}$$

b)

$$P(3A \cap 3B) = P(3A) \cdot P(3B) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{48}$$

c)

Dette inntreffer når øynene på terningen er

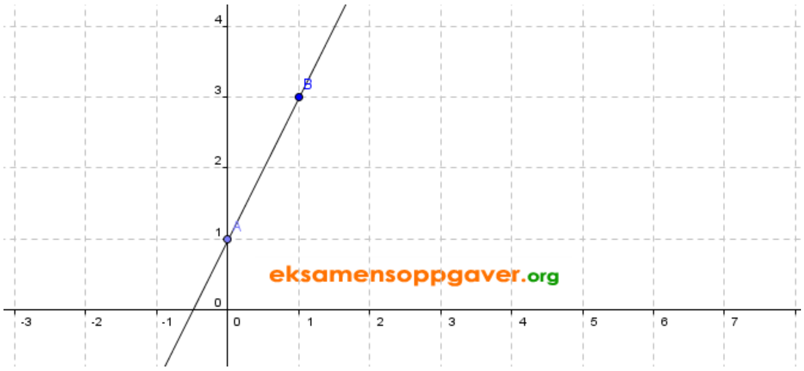
$$(1+4)+(2+3)+(3+2)+(4+1)$$

altså i 4 tilfeller av totalt 48, dermed vil

$$P(A+B=5) = \frac{4}{48} = \frac{1}{12}$$

oppgave 4

a)



b)

Vi ser at grafen skjærer y-aksen i $P(0,8)$ og x-aksen i $P_2(4,0)$, følgelig kan vi bestemme linja med ettpunktsformen. Vi bruker skjæringspunktet med x-aksen som punktet

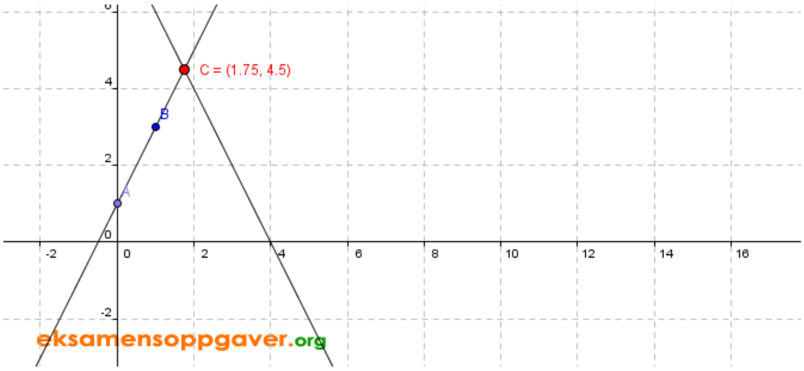
$$y - 0 = \frac{0-8}{4-0} \cdot (x-4)$$

$$y = -2 \cdot (x-4)$$

$$y = -2x + 8$$

c)

Nedenfor har jeg merket av skjæringspunktet grafisk.



Ved regning finner vi først et uttrykk for linja. I deloppgave a ble vi gitt både punktet $(0, 1)$ og stigningstallet 2. Dermed kan vi sette

$$y_2 - 1 = 2x$$

$$y_2 = 2x + 1$$

Deretter skal vi finne skjæringspunktet mellom de to linjene, vi setter

$$y = y_2$$

og løser med hensyn på x

$$-2x + 8 = 2x + 1$$

$$-4x = -7$$

$$x = 1,75$$

setter inn for x i y_2 og finner

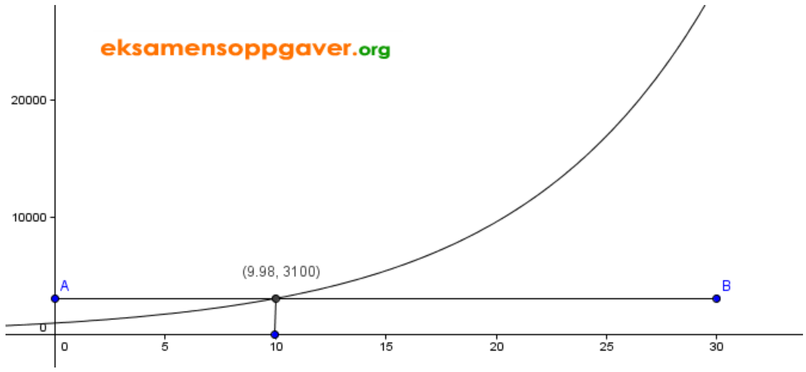
$$y_2 = 2 \cdot (1,75) + 1 = 4,5$$

altså har vi funnet skjæringspunktet $S(1,75\,, 4,5)$.

oppgave 5

Denne oppgaven har en egen dynamisk fil som du kan laste ned i prospektet for dette løsningsforslaget. Der er en del av oppgavene også markert grafisk.

a)



b)

Vi finner når influensaen har smittet 3100 personer ved å løse likningen;

$$1000 \cdot 1,12^t = 3100$$

$$1,12^t = 3,1$$

$$t = \frac{\ln(3,1)}{\ln(1,12)}$$

$$t \approx 9,98$$

Altså etter ca 10 dager. Dessuten har jeg markert svaret grafisk på grafen i deloppgave a.

c)

$$\frac{F(20)-F(15)}{20-15} = \frac{1000\cdot 1,12^{20} - 1000\cdot 1,12^{15}}{5} \approx 834,5$$

d)

Den momentane vekstfarten kan vi finne på kalkulatoren, grafisk ved å trekke en tangent i punktet der $t = 15$ eller ved å derivere $F(t)$. Vi deriverer

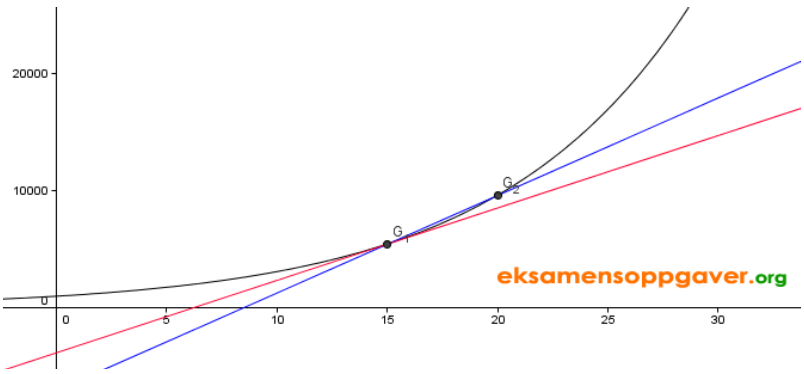
$$F'(t) = 1000\cdot \left(1,12^t\right)'$$

$$F'(t) = 1000\ln(1,12)\cdot 1,12^t$$

Løser for $t = 15$

$$F'(15) = 1000\cdot \ln(1,12)\cdot 1,12^{15} \approx 620,3$$

e)



Vi ser at stigningstallet for tangenten i $t = 15$ (den røde) er mindre enn linja mellom punktene G_1 og G_2 (den blå).

oppgave 6

a)

Merk at diameter i trakten er 10 cm. Dermed vil nedbørsmengden som samles i trakten ha falt på et område med areal lik en sirkel med radius $r_s = 5$. Derfor tenker vi oss at vi heller vannet fra sylinderet med radius lik $r_l = 1,6$ over på den med r_s. Vi får likningen

$$\pi(5)^2 \cdot h = \pi(1,6)^2 \cdot 11,3$$

$$h = \frac{\pi(1,6)^2 \cdot 11,3}{\pi(5)^2}$$

$$h = 1,15712 \text{ cm}$$

og så konverterer vi til mm, da ser vi at nedbørsmengden var ca $11,6$ mm

b)

Vi regner ut hvor mye vann som ligger i trakta, og heller også dette over i sylinderen med r_s.

$$h_2 = \frac{\frac{1}{3} \cdot \pi(2,5)^2 \cdot 6,0}{25\pi} = 0,5 \text{ cm}$$

så da blir nedbørsmengden denne uka omlag $16,6$ mm.

oppgave 7 - alternativ I

Siden grafen kun har ett nullpunkt, så er diskriminanten (det under rottegnet i abc-formelen) lik 0.

$$b^2 - 4ac = 0 \tag{1}$$

grafen skjærer y-aksen i punktet $(0, 18)$, så

$$f(0) = a \cdot (0)^2 + b \cdot 0 + c = 18$$

$$c = 18 \tag{2}$$

videre gir

$$f(6) = a \cdot (6)^2 + b \cdot (6) + c = 18$$

og vi får

$$36a + 6b + c = 18 \tag{3}$$

Så da kan vi sette inn for c i (1) og (2). Da får vi to likninger med to ukjente, altså et likningssett. Vi løser først (1) med hensyn på a;

$$b^2 - 4a \cdot 18 = 0$$
$$-72a = -b^2$$
$$a = \frac{b^2}{72}$$

så setter vi inn for a og c i (3) og løser med hensyn på b

$$36 \cdot \left(\frac{b^2}{72}\right) + 6b + 18 = 18$$

$$0,5b^2 + 6b = 0$$

$$0,5b(b + 12) = 0$$

altså

$$b = 0 \qquad \vee \qquad b = -12$$

Setter inn for b i (1) og løser med hensyn på a

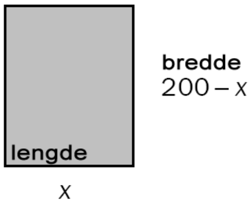
$$a = 0 \qquad \vee \qquad a = \frac{(-12)^2}{72} = 2$$

følgelig ser vi at $a, b = 0$ er falske løsninger, og vi kan konkludere med at funksjonsuttrykket som passer er

$$f(x) = 2x^2 - 12x + 18$$

oppgave 7 - alternativ II

a)



Arealet av et rektangel er gitt ved formelen

$$A = l \cdot b$$

og her er $l = x$ og $b = 200 - x$, dermed får vi funksjonsuttrykket;

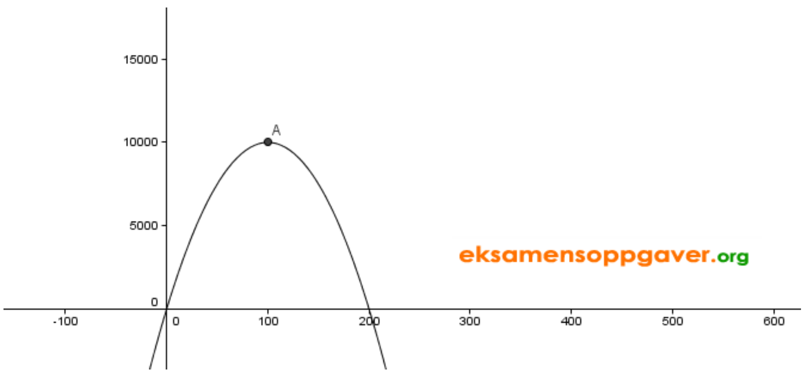
$$A(x) = x \cdot (200 - x)$$

$$A(x) = -x^2 + 200x$$

b)

Vi vet jo at arealet er størst i toppunktet til $A(x)$, dermed

$$x = \frac{-(200)}{2 \cdot (-1)} = \frac{-200}{-2} = 100$$



Dersom du er interessert, finner du flere løsningsforslag på eksamensoppgaver.org

SLUTT