

Løsningsforslag
AA6524 Matematikk 3MX
3. juni 2005

eksamensoppgaver.org

Om løsningsforslaget

Løsningsforslaget for matematikk eksamen i 3MX er gratis, og det er lastet ned på eksamensoppgaver.org. Løsningen er myntet på elever og privatister som vil forbrede seg til eksamen i matematikk. Lærere må gjerne bruke løsningsforslaget i undervisningsøyemed, men virksomheter har ingen rett til å anvende dokumentet.

Løsningsforslagene skal utelukkende distribueres fra nettstedet eksamensoppgaver.org, da det er viktig å kunne føye til og rette eventuelle feil i ettertid. På den måten vil alle som ønsker det, til enhver tid finne det siste oppdaterte verket. eksamensoppgaver.org ønsker videre at flest mulig skal få vite om eksamensløsningene, slik at det finnes et eget nettsted hvor man kan tilegne seg dette gratis.

Dersom du sitter på ressurser du har mulighet til å dele med deg, eller ønsker å bidra på annen måte, håper eksamensoppgaver.org på å høre fra deg.

Innholdsfortegnelse

oppgave 1	4
a.1)	4
a.2)	4
b.1)	4
b.2)	4
c)	5
d)	6
e.1)	7
e.2)	7
e.3)	8
oppgave 2	9
a)	9
b)	9
c)	9
d)	10
e)	11
oppgave 3	12
1)	12
2)	12
3)	12
oppgave 4 - alternativ I	13
a)	13
b)	13
c)	13
d)	14
e)	14
oppgave 4 - alternativ II	15
a)	15
b)	15
c)	16
d)	16
e)	18
oppgave 5	19
a)	19
b)	19
c)	19
d)	20
e)	21

oppgave 1**a.1)**

$$f(x) = 3 \tan(2x)$$

deriverer

$$\begin{aligned} f'(x) &= 3 \cdot (\tan(2x))' \cdot (2x)' \\ &= 3 \cdot 2 \cdot (\tan^2(2x) + 1) \\ &= 6 \cdot (\tan^2(2x) + 1) \end{aligned}$$

a.2)

$$\begin{aligned} g(x) &= x^2 \cdot \sin x \\ g'(x) &= (x^2)' \cdot \sin x + x^2 \cdot (\sin x)' \\ &= 2x \sin x + x^2 \cos x \end{aligned}$$

b.1)

$$\int x \cdot \cos x \, dx$$

her bruker vi delvis integrasjon og jeg setter

$$u' = \cos x \quad u = \sin x$$

$$v' = 1 \quad v = x$$

$$\int x \cdot \cos x \, dx = x \sin x - \int \sin x \, dx$$

$$\int x \cdot \cos x \, dx = x \sin x + \cos x + C$$

b.2)

$$\int \frac{2x}{x^2 + 3} \, dx$$

her bruker vi substitusjon, og jeg setter

$$u = x^2 + 3 \quad \Rightarrow \quad \frac{du}{dx} = 2x$$

videre kan vi da observere at

$$\int \frac{1}{x^2 + 3} \cdot 2x \, dx = \int \frac{1}{u} \, du = \ln |u| = \ln |x^2 + 3| + C$$

c)

$$2 \sin x + 3 \cos x = 2 \quad x \in [0, 2\pi)$$

skriver om til

$$\sqrt{2^2 + 3^2} \cdot \sin \left(x + \arctan \left(\frac{3}{2} \right) \right) = 2$$

$$\sin \left(x + \arctan \left(\frac{3}{2} \right) \right) = \frac{2}{\sqrt{13}}$$

$$x + \arctan \left(\frac{3}{2} \right) = \arcsin \left(\frac{2}{\sqrt{13}} \right)$$

det er kun to løsninger i definisjonsmengden, så

$$x_1 = \arcsin \left(\frac{2}{\sqrt{13}} \right) - \arctan \left(\frac{3}{2} \right) \quad \vee \quad x_2 = \pi - \arcsin \left(\frac{2}{\sqrt{13}} \right) - \arctan \left(\frac{3}{2} \right)$$

så da har vi tilnærmet

$$x_1 \approx 0.588 - 0.983 \quad \vee \quad x_2 \approx \pi - 0.588 - 0.983$$

og 'låner' 2π for x_1 , slik at løsningen kommer inn i definisjonsmengden.

$$x_1 \approx 5.89 \quad \vee \quad x_2 \approx 1.57$$

d)

Vi ser på halvsirkelen at den går fra

$$x \in [-r, r]$$

videre er vi gitt at

$$f(x) = \sqrt{r^2 - x^2}$$

og videre vil vi regne ut volumet av omdreiningslegemet når vi dreier det 360° om x -aksen.

$$V = \pi \cdot \int_{-r}^r \left(\sqrt{r^2 - x^2}\right)^2 dx$$

Vi ser også at integralet er symmetrisk om x -aksen. Derfor kan vi multiplisere arealet med 2 og sette 0 som nederste grense

$$V = 2 \cdot \pi \cdot \int_0^r r^2 - x^2 dx$$

og da var det på tide å løse integralet

$$\begin{aligned} V &= 2\pi \cdot \int_0^r r^2 - x^2 dx = 2\pi \cdot \left[r^2x - \frac{1}{3}x^3 \right]_0^r \\ &= F(r) - F(0) \\ &= 2\pi \cdot \left(r^2 \cdot r - \frac{1}{3}r^3 \right) - 0 \\ &= 2\pi \cdot \left(r^3 - \frac{1}{3}r^3 \right) \\ &= 2\pi \cdot \frac{2}{3}r^3 \\ &= \frac{4}{3}r^3\pi \end{aligned}$$

Vi har kommet frem til likningen for volumet av ei kule.

e.1)

$$x^2 + y^2 + 6x - 12y + 29 = 0$$

bruker fullstendig kvadraters metode

$$(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$$

og

$$(y - 6)^2 = y^2 - 12y + 36$$

så

$$(x + 3)^2 + (y - 6)^2 = -29 + 36 + 9$$

$$(x + 3)^2 + (y - 6)^2 = 16$$

dermed

$$(x + 3)^2 + (y - 6)^2 = 4^2$$

da har jeg påvist at sentrum er $S(-3, 6)$ og $r = \sqrt{4^2} = 4$

e.2)

Vi har funnet at radien er 4, fra enhetssirkelen vet vi at

$$x = \cos t \quad y = \sin t$$

Da har vi vektoren

$$[\cos t, \sin t]$$

og videre kan vi øke radien ved å multiplisere vektoren med r

$$4 \cdot [\cos t, \sin t] = [4 \cos t, 4 \sin t]$$

og til slutt setter vi inn sentrum i likningen (som vi også har funnet), nemlig $S(-3, 6)$. Da har vi

$$\vec{r}(t) = [-3 + 4 \cos t, 6 + 4 \sin t]$$

Definisjonsmengden er åpenbar, vi vet at det er 2π radianer i en sirkel.

e.3)

$$s = \int_0^{2\pi} |\vec{r}'(t)| dt$$

så

$$\begin{aligned}\vec{r}'(t) &= [(-3)' + 4 \cdot (\cos t)', (6)' + 4 \cdot (\sin t)'] \\ &= [-4 \sin t, 4 \cos t] \\ |\vec{r}'(t)| &= \sqrt{(-4 \sin t)^2 + (4 \cos t)^2} \\ &= \sqrt{16 \sin^2 t + 16 \cos^2 t} \\ &= \sqrt{16 \cdot (\sin^2 t + \cos^2 t)} = \sqrt{16} = 4\end{aligned}$$

så

$$s = \int_0^{2\pi} 4 dt = 4t \Big|_0^{2\pi} = 4 \cdot 2\pi - 0 = 8\pi$$

Kommentar:

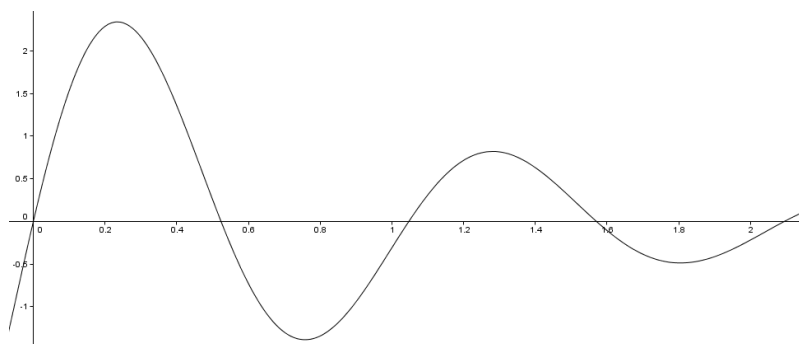
Omkretsen av sirkelen er 8π . Dette er overens med det vi får dersom vi bruker formelen for omkretsen av en sirkel

$$O(r) = 2\pi r \quad \Rightarrow \quad O(4) = 2\pi \cdot (4) = 8\pi$$

oppgave 2**a)**

Vi ser av funksjonsuttrykket at amplituden er 3, perioden finner vi ved å sette

$$P = \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$$

b)**c)**

derivere

$$\begin{aligned} g'(x) &= 3 \cdot (e^{-x})' \cdot \sin(6x) + 3e^{-x} \cdot (\sin(6x))' \cdot (6x)' \\ &= 3 \cdot (-1) \cdot e^{-x} \cdot \sin(6x) + 3 \cdot e^{-x} \cdot \cos(6x) \cdot 6 \\ &= -3e^{-x} \cdot \sin(6x) + 18e^{-x} \cdot \cos(6x) \\ &= (6 \cos(6x) - \sin(6x)) 3e^{-x} \end{aligned}$$

d)

Vi setter

$$g'(x) = 0$$

så

$$\begin{aligned}(6 \cos(6x) - \sin(6x)) 3e^{-x} &= 0 \\ 6 \cos(6x) - \sin(6x) &= 0\end{aligned}$$

skriver om

$$\begin{aligned}\sqrt{6^2 + (-1)^2} \cdot \sin \left[6x + \arctan \left(\frac{6}{-1} \right) \right] &= 0 \\ \sin \left[6x + \arctan \left(\frac{6}{-1} \right) \right] &= 0\end{aligned}$$

dermed

$$\begin{aligned}6x + \arctan \left(\frac{6}{-1} \right) &= 0 + 2k\pi \quad \vee \quad \pi + 2k\pi & k \in \mathbb{Z} \\ 6x - \arctan(6) &= 2k\pi \quad \vee \quad \pi + 2k\pi\end{aligned}$$

og så 'dødsstøtet'

$$x = \frac{2k\pi + \arctan(6)}{6} \quad \vee \quad \frac{\pi + \arctan(6) + 2k\pi}{6}$$

og

$$x \approx 0.236 + \frac{\pi}{3}k \quad \vee \quad 0.758 + \frac{\pi}{3}k$$

Vi har

$$x \in \langle 0, 2 \rangle \quad \Rightarrow \quad k = \{0, 1\}$$

det gir oss følgende x -koordinater for toppunktene

$$x = \{0.236, 1.283\}$$

derfra kan vi hente y -koordinatene

$$g(0.236) = 3e^{-0.236} \cdot 1 \approx 2.369$$

$$g(1.283) = 3e^{-1.283} \cdot 1 \approx 0.832$$

og for bunnpunktene

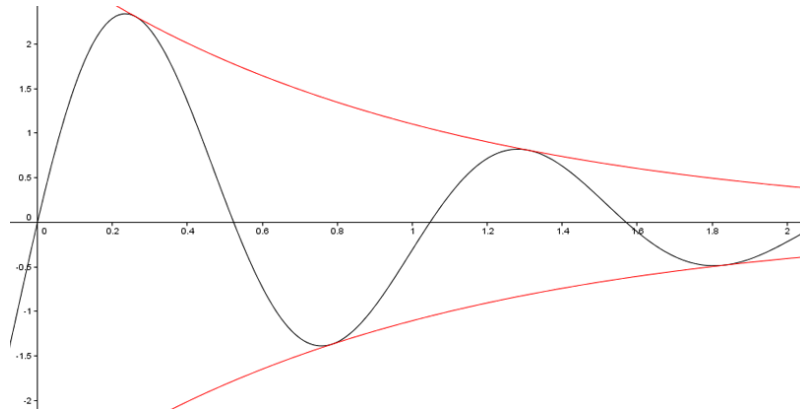
$$x = \{0.758, 1.805\}$$

har vi y -koordinatene

$$g(0.758) = 3e^{-0.758} \cdot (-1) \approx -1.406$$

$$g(1.805) = 3e^{-1.805} \cdot (-1) \approx -0.493$$

e)



Grafen til $g(x)$ vil ligge mellom $h(x)$ og $i(x)$ fordi vi vet at

$$-1 \leq \sin(6x) \leq 1$$

og derfor vil $3e^{-x}$ som alltid er større enn null ganges med et tall mellom -1 og 1 . Altså har vi

$$h(x) \leq g(x) \leq i(x)$$

oppgave 3

Jeg synes de har formulert seg dårlig i denne oppgaven. De skiller ikke mellom avdrag og rentekostnad, så da antar jeg at de 2% med rente skal legges på toppen i alternativ 1 såvel som i 2.

1)

Vi må se dette ut fra nåverdien til hver av kjøpene. Nåverdien av alternativ 1, er

$$N_1 = 24000 \text{ kr}$$

2)

Vi er gitt at renta er 2.0% slik at

$$k = 1 + \frac{2}{100} = 1.02$$

Da blir nåverdien

$$\frac{2500}{1.02^{11}} + \frac{2500}{1.02^{10}} + \dots + 2500$$

og vi får summen

$$N_2 = \frac{\frac{2500}{1.02^{11}} \cdot (1.02^{12} - 1)}{1.02 - 1} \approx 26967 \text{ kr}$$

3)

Anne betaler 10 000 kroner først, og deretter 800 kroner per måned i 24 måneder. Det første beløpet skal betales om en måned, derfor er rekka

$$\frac{800}{1.02^{24}} + \frac{800}{1.02^{23}} + \dots + \frac{800}{1.02}$$

og da er summen

$$N_3 = 10000 + \frac{\frac{800}{1.02^{24}} \cdot (1.02^{24} - 1)}{1.02 - 1} \approx 10000 + 15131 = 25131$$

som vi ser er alternativ 2 dyrest, og som alltid, er full kontantbetaling er billigst :)

oppgave 4 - alternativ I**a)**

Vi ser at $\triangle OAC$ ligger i xz -planet, dermed blir trekanten en 'todimensjonal' figur, og arealet

$$F_2 = \frac{1}{2} \cdot ac$$

videre ligger $\triangle OBC$ i yz -planet, og da får vi arealet

$$F_3 = \frac{1}{2} \cdot bc$$

Koordinataksene står forøvrig vinkelrett på hverandre.

b)

$$\overrightarrow{AB} = [0 - a, b - 0, 0 - 0] = [-a, b, 0]$$

og

$$\overrightarrow{AC} = [0 - a, 0 - 0, c - 0] = [-a, 0, c]$$

c)

En normalvektor står vinkelrett på ethvert punkt i et gitt plan, så

$$[-a, b, 0] \cdot [bc, ac, ab] = -abc + abc + 0 = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{n} \perp \overrightarrow{AB}$$

og

$$[-a, 0, c] \cdot [bc, ac, ab] = -abc + 0 + abc = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{n} \perp \overrightarrow{AC}$$

dermed har vi vist det.

d)

Hvis

$$F_4 = \frac{1}{2} \cdot |\vec{n}|$$

så kan vi sette

$$F_4 = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(bc)^2 + (ac)^2 + (ab)^2}$$

e)

$$F_4^2 = F_1^2 + F_2^2 + F_3^2$$

så

$$F_4^2 = \left(\frac{1}{2} \cdot ab\right)^2 + \left(\frac{1}{2} \cdot ac\right)^2 + \left(\frac{1}{2} \cdot bc\right)^2$$

$$F_4^2 = \frac{1}{4} \cdot ((ab)^2 + (ac)^2 + (bc)^2)$$

$$\sqrt{F_4^2} = \sqrt{\frac{1}{4} \cdot ((ab)^2 + (ac)^2 + (bc)^2)}$$

$$F_4 = \sqrt{\frac{1}{4} \cdot ((ab)^2 + (ac)^2 + (bc)^2)}$$

og dermed

$$F_4 = \frac{1}{2} \sqrt{(ab)^2 + (ac)^2 + (bc)^2}$$

oppgave 4 - alternativ II

a)

$$\begin{aligned}\vec{v}(t) &= [3 \cdot (\cos t)', 2 \cdot (\sin t)'] \\ &= [-3 \sin t, 2 \cos t]\end{aligned}$$

b)

Velger å gjøre dette på en rimelig 'tungtrådd' måte. Her kunne man feks brukt lommeregner, eller ved å lese det direkte av grafen. Den generelle banefarten er gitt ved

$$\begin{aligned}|\vec{v}(t)| &= \sqrt{(-3 \sin t)^2 + (2 \cos t)^2} \\ &= \sqrt{9 \sin^2 t + 4 \cos^2 t}\end{aligned}$$

når radikanden (det under rotuttrykket) er minst/størst er banefarten lavest/høyest. Kaller radikanden f og deriverer

$$\begin{aligned}f'(t) &= 9 (\sin^2 t)' \cdot (\sin t)' + 4 (\cos^2 t)' \cdot (\cos t)' \\ &= 9 \cdot 2 \cdot \sin t \cdot \cos t + 4 \cdot 2 \cdot \cos t \cdot (-\sin t) \\ &= 18 \sin t \cdot \cos t - 8 \sin t \cdot \cos t \\ &= 10 \sin t \cdot \cos t \\ &= 5 \cdot 2 \sin t \cdot \cos t \\ &= 5 \sin(2t)\end{aligned}$$

og da kan vi videre sette

$$\begin{aligned}f'(t) &= 0 \\ \sin(2t) &= 0 \\ 2t = 0 + 2k\pi &\quad \vee \quad 2t = \pi + 2k\pi && k \in \mathbb{Z} \\ t = k\pi &\quad \vee \quad t = \frac{\pi}{2} + k\pi\end{aligned}$$

men vi bruker bare løsningene for $k = \{0, 1\}$ (første omløp) og da finner vi

$$t = \left\{ 0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2} \right\}$$

Opgaven ber ikke om dette, men vi ser at banefarten til de forskjellige tidene er

$$\begin{aligned} t = 0 &\Rightarrow \sqrt{9 \sin^2(0) + 4 \cos^2(0)} = \sqrt{4} = 2 \\ t = \pi &\Rightarrow \sqrt{9 \sin^2(\pi) + 4 \cos^2(\pi)} = \sqrt{4 \cdot (-1)^2} = \sqrt{4} = 2 \\ t = \frac{\pi}{2} &\Rightarrow \sqrt{9 \sin^2\left(\frac{\pi}{2}\right) + 4 \cos^2\left(\frac{\pi}{2}\right)} = \sqrt{9} = 3 \\ t = \frac{3\pi}{2} &\Rightarrow \sqrt{9 \sin^2\left(\frac{3\pi}{2}\right) + 4 \cos^2\left(\frac{3\pi}{2}\right)} = \sqrt{9 \cdot (-1)^2} = \sqrt{9} = 3 \end{aligned}$$

Så da har vi funnet at banefarten er **minst** i punktene

$$\begin{aligned} \vec{r}(0) &= [3 \cos(0), 2 \sin(0)] = [3, 0] \Rightarrow P_1(3, 0) \\ \vec{r}(\pi) &= [3 \cos(\pi), 2 \sin(\pi)] = [-3, 0] \Rightarrow P_2(-3, 0) \end{aligned}$$

og størst i punktene

$$\begin{aligned} \vec{r}\left(\frac{\pi}{2}\right) &= \left[3 \cos\left(\frac{\pi}{2}\right), 2 \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)\right] = [0, 2] \Rightarrow P_3(0, 2) \\ \vec{r}\left(\frac{3\pi}{2}\right) &= \left[3 \cos\left(\frac{3\pi}{2}\right), 2 \sin\left(\frac{3\pi}{2}\right)\right] = [0, -2] \Rightarrow P_4(0, -2) \end{aligned}$$

så etter denne (mildt sagt) omstendelige prosessen, har vi funnet de fire punktene.

c)

Setter

$$s = \int_0^{2\pi} |\vec{r}'(t)| dt = \int_0^{2\pi} \sqrt{9 \sin^2 t + 4 \cos^2 t} dt \approx 15.87$$

d)

Tilnærmingsformelen til Ramanujan sier at omkretsen p er gitt ved

$$p \approx \pi \cdot (a + b) \left(1 + \frac{3 \cdot \left(\frac{a-b}{a+b}\right)^2}{10 + \sqrt{4 - 3 \cdot \left(\frac{a-b}{a+b}\right)^2}} \right)$$

så med

$$a = 3 \qquad \text{og} \qquad b = 2$$

regner jeg (for moroskyld) ut dette veldig nøysommelig, hehe.

$$\begin{aligned}
 p &\approx \pi \cdot (3 + 2) \left(1 + \frac{3 \cdot \left(\frac{3-2}{3+2}\right)^2}{10 + \sqrt{4 - 3 \cdot \left(\frac{3-2}{3+2}\right)^2}} \right) \\
 &\approx \pi \cdot (5) \left(1 + \frac{3 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^2}{10 + \sqrt{4 - 3 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^2}} \right) \\
 &\approx \pi \cdot (5) \left(1 + \frac{3 \cdot \frac{1}{5^2}}{10 + \sqrt{4 - 3 \cdot \frac{1}{5^2}}} \right) \\
 &\approx \pi \cdot (5) \left(1 + \frac{\frac{3}{25}}{10 + \sqrt{4 - \frac{3}{25}}} \right) \\
 &\approx 5\pi \cdot \left(1 + \frac{\frac{3}{25}}{10 + \sqrt{\frac{100}{25} - \frac{3}{25}}} \right) \\
 &\approx 5\pi \cdot \left(1 + \frac{\frac{3}{25}}{10 + \sqrt{\frac{97}{25}}} \right) \\
 &\approx 5\pi \cdot \left(1 + \frac{\frac{3}{25}}{\frac{50 + \sqrt{97}}{5}} \right) \\
 &\approx 5\pi \cdot \left(1 + \frac{3}{25} \div \frac{50 + \sqrt{97}}{5} \right) \\
 &\approx 5\pi \cdot \left(1 + \frac{3}{25} \cdot \frac{5}{50 + \sqrt{97}} \right) \\
 &\approx 5\pi \cdot \left(1 + \frac{15}{1250 + 5\sqrt{97}} \right) \\
 &\approx 15.89
 \end{aligned}$$

Skal gi mr Ramanujan litt kred for denne ufattelig gode tilnæringsformelen! Det blir litt dumt å sammenlikne dette resultatet med det vi fikk ved kalkulatormetoden vi utførte i c), for lommeregneren bruker også tilnæringsverdier under utregninger.

e)

Vi setter

$$r = a = b$$

vi vet at omkretsen av en sirkel med radius 1 er

$$O = 2\pi r$$

så kontrollerer vi tilnæringsformelen.

$$\begin{aligned} p &\approx \pi \cdot (r + r) \left(1 + \frac{3 \cdot \left(\frac{r-r}{r+r}\right)^2}{10 + \sqrt{4 - 3 \cdot \left(\frac{r-r}{r+r}\right)^2}} \right) \\ &\approx \pi \cdot (2r) (1 + 0) \\ &\approx \pi \cdot (2r) \cdot 1 \\ &\approx 2\pi r \end{aligned}$$

Ved å bruke $r = a = b$ i formelen, finner vi faktisk at den gir eksakt omkrets for alle r .

oppgave 5

a)

Vi finner forventningsverdien til X

$$\begin{aligned}\mu_X &= 0 \cdot \frac{189}{256} + 20 \cdot \frac{54}{256} + 50 \cdot \frac{12}{256} + 250 \cdot \frac{1}{256} \\ &= \frac{20 \cdot 54 + 50 \cdot 12 + 250}{256} \\ &= \frac{1930}{256} = \frac{965}{128} \approx 7,54 \text{ kr}\end{aligned}$$

og variansen er gitt ved

$$Var(X) = \sigma_X^2 = \sum_{i=1}^4 (k_i - \mu_X)^2 \cdot P(X = k_i)$$

fremfor å regne ut dette her, plotter jeg verdiene inn under ‘STAT’ på kalkulatoren, deretter bruker jeg

$$\sigma_X^2 \approx 388,87 \text{ kr}^2$$

b)

Forventningsverdi

$$\mu_Y = 10 - X = 10 - 7,539 = 2,561 \approx 2,46 \text{ kr}$$

Vi har variansen

$$\begin{aligned}\sigma_Y^2 &= Var(Y) = Var(10 - X) = (-1)^2 Var(X) = Var(X) \\ \sigma_Y &= \sqrt{Var(X)} = \sqrt{388,87} \approx 19,72 \text{ kr}\end{aligned}$$

c)

På ett spill vinner man 250 kroner, eller så vinner man ikke. Dermed kan vi si at dette er en binomisk sannsynlighetsfordeling. Da får vi $Z = \text{‘Antall 250 kr premier’}$

$$\mu_Z = 5000 \cdot \frac{1}{256} = \frac{625}{32} \approx 19,53$$

og

$$\sigma_Z = \sqrt{\frac{625}{32} \cdot \left(1 - \frac{1}{256}\right)} \approx 4,41$$

videre

$$\Phi(Z \geq 25) = 1 - \Phi(Z \leq 24) \Rightarrow 1 - \Phi\left(\frac{24 - 19,53}{4,41}\right) \Rightarrow 1 - \Phi(1,01) = 1 - 0,8438 \approx 0,1562$$

d)

Vi lar S være summen av fortjeneste på hvert av de 5000 spillene på automaten, da er

$$S = Y_1 + Y_2 + Y_3 + \dots + Y_{5000}$$

Forventningsverdien til S er

$$E(S) = 5000 \cdot \mu_Y = 5000 \cdot 2,46 = 12300 \text{ kr}$$

og standardavviket blir

$$SD(S) = \sqrt{n} \cdot \sigma_Y = \sqrt{5000} \cdot \sqrt{388,87} \approx 1394,40 \text{ kr}$$

videre

$$\Phi(S \geq 15000) = 1 - \Phi\left(\frac{15000 - 12300}{1394,40}\right) = 1 - \Phi(1,94) \quad \Rightarrow \quad 1 - 0,9738 = 0,0262$$

altså ca 2,62% sannsynlighet for at de får den inntekten.

e)

Vi vil finne sannsynligheten for at

$$P(S \geq 20000) = 0,90$$

\Downarrow

$$1 - P(S < 20000) = 0,10$$

Vi vet ikke vet hvor stor n er, og følgelig får vi

$$E(S_2) = n \cdot \mu_Y = 2,46n$$

og

$$SD(S_2) = \sqrt{n} \cdot \sigma_Y \approx 19,72\sqrt{n}$$

slik at

$$\Phi\left(\frac{20000 - 2,46n}{19,72\sqrt{n}}\right) = 0,10$$

leser vi av tabellen, så får vi at

$$\frac{20000 - 2,46n}{19,72\sqrt{n}} = -1,28$$

som gir oss

$$20000 - 2,46n = -25,2416\sqrt{n}$$

så setter vi

$$u = \sqrt{n} \quad \implies \quad u^2 = n$$

slik at

$$-2,46u^2 + 25,2416u + 20000 = 0$$

altså en andregradslikning. Løser denne på kalkis

$$u_1 \approx -83,6 \quad \vee \quad u_2 \approx 93,5$$

og følgelig får vi at

$$n = (93,5)^2 = 9109$$

Altså må minst 9109 spill på automaten for at den skal dekke budsjettet.

Dersom du er interessert, finner du flere [løsningsforslag](#) på eksamensoppgaver.org

SLUTT