

Eksamen

28.05.2008

AA6516 Matematikk 2MX
Privatistar/Privatister

Oppgave 1

I hele oppgave 1 skal du på hvert delspørsmål velge mellom alternativ I og alternativ II.

Du skal bare regne ett av alternativene, og alternativ II gir om lag dobbelt så stor uttelling som alternativ I.

a) Løs likningene ved regning:

1) **Enten I** $3^x = 27$
eller II $10^{x^2} = 10^x$

2) **Enten I** $\sqrt{x+3} = 2$
eller II $\sqrt{3x+7} - x = 1$

b) Deriver funksjonene:

1) **Enten I** $f(x) = 2x^3 - 5x^2$
eller II $f(x) = x \cdot \ln x$

2) **Enten I** $g(x) = 5e^{2x}$
eller II $g(x) = \frac{e^{2x}}{x^2}$

c) **Enten I** Bestem integralet ved regning: $\int_1^3 8x^3 dx$

eller II Finn t i likningen $\int_1^t 9x^2 dx = 78$

d) På en frøpose står det at 75 % av frøene vil spire. Vi planter ut 20 frø.

Enten I Hva er sannsynligheten for at akkurat 16 frø vil spire?

eller II Hva er sannsynligheten for at minst 16 frø vil spire?

- e) **Enten I** Undersøk om vektorene $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$ og $\vec{v} = 3\vec{a} + 2\vec{b}$ er parallelle.
eller II Undersøk om det finnes tall t slik at vektorene
 $\vec{u} = (t + 1)\vec{a} + 2\vec{b}$ og $\vec{v} = -5\vec{a} - (t - 2)\vec{b}$ er parallelle.
- f) Lag en praktisk oppgave der du bruker ett av uttrykkene nedenfor. Løs oppgaven.
- Enten I** $7!$
eller II $\binom{8}{3}$

Oppgave 2

Til eksamen i videregående skole strøk 7 % i norsk hovedmål, 12 % strøk i norsk sidemål, og 4 % strøk i både hovedmål og sidemål.

Anta at en elev blir trukket ut tilfeldig.

Vi definerer følgende hendelser:

N_1 : Eleven strøk i norsk hovedmål.

N_2 : Eleven strøk i norsk sidemål.

- a) Hva betyr hendelsen $N_1 \cap N_2$? Hva blir sannsynligheten $P(N_1 \cap N_2)$?
- b) Er hendelsene N_1 og N_2 uavhengige?
- c) Hva betyr $N_2 | N_1$? Finn sannsynligheten $P(N_2 | N_1)$.
- d) Finn $P(N_1 | N_2)$ både som en relativ frekvens og ved å bruke Bayes setning.

Oppgave 3

I begynnelsen av 1600-tallet publiserte Kepler tre lover om planetbevegelse. Keplers tredje lov gir en sammenheng mellom en planets omløpstid om sola og avstanden mellom sola og planeten. Når T er omløpstida rundt sola, og x er avstanden mellom planeten og sola, gjelder

$$\frac{x^3}{T^2} = k$$

der k er en konstant. Det vil si at k har samme verdi for alle planetene i vårt solsystem.

Rundt planeten Saturn kretser det mange måner. Tabellen nedenfor viser navn, avstand fra Saturn og omløpstid for et utvalg av månene.

Du skal nå undersøke om det er noen sammenheng mellom omløpstid og avstand for disse månene til Saturn.

Navn	Avstanden x målt i saturnradier	Omløpstiden T målt i døgn	$\lg x$	$\lg T$
Mimas	3,1	0,94		
Enceladus	3,9	1,37		
Tethys	4,9	1,89		
Titan	20,2	15,95		
Hyperion	24,5	21,28		
Japetus	58,9	79,33		

- Skriv av tabellen og fyll ut kolonnene med $\lg x$ og $\lg T$. Tegn grafen i et koordinatsystem med $\lg x$ langs førsteaksen og $\lg T$ langs andreaksen.
- Bruk grafen til å begrunne at en potensfunksjon er en god modell for sammenhengen mellom x og T . Skriv omløpstiden T på formen $T(x) = A \cdot x^B$. Rund av verdiene for A til to desimaler og for B til en desimal.
- En annen av Saturns måner er Dione. Den har omløpstiden 2,74 døgn. Bestem avstanden fra Dione til Saturn.
- Undersøk om uttrykket i b) kan omformes til $\frac{x^3}{T^2} = k$.

Oppgave 4

De første dagene etter en reklamekampanje er salgstallene for et produkt gitt ved

$$A(x) = x - 1 - \ln x \quad , \quad x \in [1, 12]$$

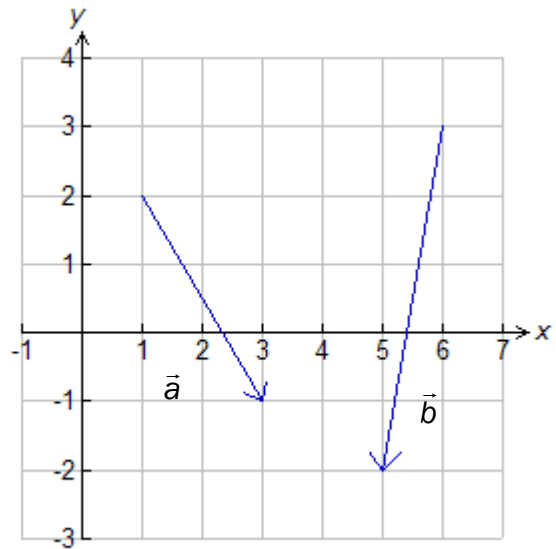
Her er $A(x)$ salgstallene gitt i 100 enheter, og x er antall dager etter reklamekampanjen.

- Hvor mange enheter blir solgt 3 dager etter reklamekampanjen?
- Finn $A'(x)$. Bruk dette til å avgjøre om salgstallene øker eller minker fra en dag til den neste.
- Finn $f'(x)$ når $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x \cdot \ln x$
- Bruk resultatet fra c) til å regne ut integralet $\int_1^{11} A(x) dx$. Forklar hva du har funnet.

Oppgave 5

Vektorene \vec{a} og \vec{b} er gitt på figuren til høyre.

- Tegn vektorene inn på svararket ditt. Tegn også vektorene $\vec{a} - \vec{b}$ og $\vec{a} + \frac{1}{2} \cdot \vec{b}$ på det samme arket.
- Forklar at koordinatene til \vec{a} er lik $[2, -3]$. Finn \vec{b} .
- Regn ut $\vec{a} \cdot (\vec{a} - \vec{b})$. Kommenter svaret.



En linje l går gjennom punktet $(2, 5)$ og er parallell med \vec{a} .

- Finn en parameterframstilling for linja l . Bestem skjæringspunktet mellom linja l og koordinataksene ved regning.
- Bestem parameterframstillingen til en linje m som går gjennom punktet $(3, 2)$ og står vinkelrett på l . Finn skjæringspunktet mellom l og m .
- En linje n går gjennom punktet $(1, 2)$ og danner 45° med x-aksen. Finn ved regning skjæringspunktet mellom linjene l og n .