Utdanningsdirektoratet

Eksamen

16.05.2008

AA6526 Matematikk 3MX

Privatistar/Privatister

Nynorsk/Bokmål

Oppgave 1

a) Deriver funksjonen $f(x) = \tan\left(3x^2\right)$

b) Finn integralet $\int x^3 \cdot \ln x \, dx$

c) Løs likningen $\sin x - \cos x = \dfrac{1}{2}$ ved regning.

d) Gitt funksjonen $f(x) = \sin x \cdot \cos x \qquad x \in \left[0,\, 2\pi\right\rangle$

1) Finn $f'\left(\dfrac{\pi}{4}\right)$ ved regning.

2) Vis at $f''\left(\dfrac{\pi}{4}\right) = -2$

3) Hva kan du si om grafen til funksjonen f i punktet som har førstekoordinat $x = \dfrac{\pi}{4}$ ut fra svarene i 1) og 2)?

e) Når han kjøper vaskemaskin, kan kunden velge å betale 4999 kroner kontant eller 501 kroner per måned i 12 måneder, første gang når maskinen kjøpes.

1) Hvilken månedlig rente må vi bruke dersom de to tilbudene skal ha samme nåverdi?

2) Hvilken årlig rente svarer dette til?

Oppgave 2

I Oslo er dagens lengde, det vil si antall timer sola er over horisonten, omtrent 6 timer på det korteste. Dette er ved vintersolverv den 21. desember, det vil si dag nummer 355. Den lengste dagen er 18 timer. Dette er ved sommersolverv den 21. juni, det vil si dag nr 172. Daglengden kan beskrives ved funksjonen $f(x) = a \cdot \sin(cx + \varphi) + d$ der $f(x)$ er daglengden målt i timer og x er dagnummeret.

a) Bruk opplysningene ovenfor til å vise at $f(x) = 6 \cdot \sin(0{,}0172x - 1{,}39) + 12$

b) Tegn grafen til f for $x \in [0,\ 365\rangle$.

c) Bruk $f''(x)$ til å finne eventuelle vendepunkter. Kommenter svaret.

Gjennomsnittsverdien til en funksjon i et intervall $[a,\ b]$ er gitt ved $\dfrac{1}{b-a}\displaystyle\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$.

d) Bruk dette til å finne gjennomsnittlig daglengde i Oslo over et år. Kommenter svaret.

Oppgave 3

I en brukerundersøkelse på en større videregående skole spurte man 120 tilfeldig valgte elever om de trivdes svært godt på skolen. Det var 73 elever som svarte ja til dette.

a) Finn et estimat for andelen elever på skolen som trivdes svært bra. Regn ut standardfeilen.

b) Lag et 95 % konfidensintervall for den andelen som likte seg svært godt på skolen.

c) Rektor sier til lokalavisen: ”*Hos oss trives 60 % av elevene svært godt*”. Drøft denne påstanden i lys av de beregningene du har gjort.

På en annen skole hadde de foretatt en lignende undersøkelse. De hadde funnet at et 95 % konfidensintervall for andelen som trivdes svært godt, var $\langle 0{,}315\ ,\ \ 0{,}369 \rangle$.

d) Finn estimatet og standardfeilen for denne undersøkelsen.

e) Hvor mange elever er blitt spurt i denne undersøkelsen?

Oppgave 4

Du skal besvare <u>enten</u> alternativ I <u>eller</u> alternativ II.
De to alternativene er likeverdige ved vurderingen.

(Dersom besvarelsen inneholder deler av begge,
vil bare det du har skrevet på alternativ I, bli vurdert.)

Alternativ I

En sirkel har sentrum i (2, 3) og radius 4.

a) Skriv opp likningen til denne sirkelen.

b) Finn eventuelle skjæringspunkter mellom sirkelen og linja l gitt ved

$$l : \begin{cases} x = 6 - t \\ y = 3 + t \end{cases}$$

Likningen til en annen sirkel er gitt ved

$$x^2 + y^2 - 10x - 12y + 36 = 0$$

c) Finn koordinatene til sentrum og radius i sirkelen.

d) Finn en parameterframstilling for tangenten til denne sirkelen i punktet $(9, 3)$.

Alternativ II

Gitt funksjonen $f(x) = x \cdot \sin x$

a) Tegn grafen til f når $x \in \langle -10, 10 \rangle$.

b) Finn ved regning funksjonens nullpunkter.

c) Bestem det ubestemte integralet $\int f(x)\,\mathrm{d}x$.

d) Finn $\int_{-10}^{10} f(x)\,\mathrm{d}x$. Forklar geometrisk hva dette integralet forteller oss.

Oppgave 5

En partikkel følger en bane gitt ved vektorfunksjonen

$$\vec{r}(t) = \left[5\cos t,\, 2\sin t\right], \quad t \in [0, 2\pi]$$

a) Finn ved regning skjæringspunktene mellom banen og koordinataksene.

b) Tegn en skisse av banen.

c) Bestem farts- og akselerasjonsvektoren til partikkelen.

d) Sammenlikn retningene for $\vec{r}(t)$, $\vec{v}(t)$ og $\vec{a}(t)$ for $t = \frac{\pi}{2}$ og $t = \pi$.

e) Hvor lang er banen?

f) Vis ved regning at vektorfunksjonen kan omformes til likningen

$$\frac{x^2}{5^2} + \frac{y^2}{2^2} = 1$$